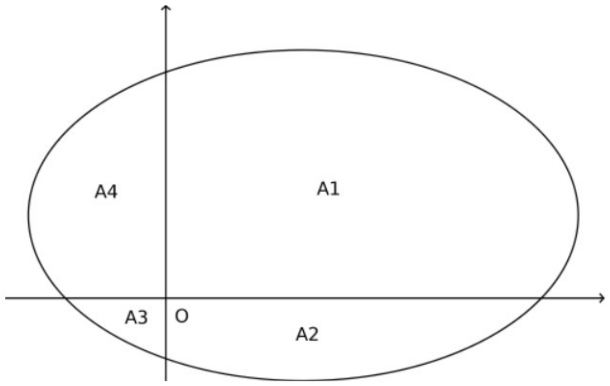
Quatre régions pour une ellipse ! - publié le 01/12/2013 mis à jour le 02/12/2013

Sujet n° 7 (moyen)

On considère l'ellipse suivante $\frac{(x-10)^2}{400}+\frac{(y-6)^2}{144}=1$. On nomme les quatre régions délimitées par les axes A_1 ,A_2 ,A_3 et A_4 (aires géométriques, voir figure).

Peut-on calculer $A_1-A_2+A_3-A_4$?



Réponse : Oui, on obtient 240 unités d'aires, c'est à dire l'aire d'un rectangle de 12 par 20.

J'ai d'abord voulu deviner le résultat à l'aide d'intégrales et de Géogébra, avant de me lancer dans des calculs compliqués.
J'ai alors compris qu'un simple découpage pouvait nous donner le résultat.

On voit ci-dessous à l'aide de signes + et -, comment certaines aires symétriques se simplifient, et comment il ne reste que la partie centrale: le rectangle ABCD, de dimensions les demi-axes de l'ellipse.

- j(x) = 0
- p = 17.2
- q: y = 12
- r: x = 20

Objets dépendants

- A = (0, 12)
- B = (20, 12)
- C = (20, 0)
- D = (0, 0)
- a = 303.29
- a_1 = 20
- b = 73.7
- b_1 = 12
- c_1 = 20
- d = 18.9
- d_1 = 12
- e = 128.49
- k = 5.2
- l = 5.2
- m = 60
- n = 180
- o = 240
- poly1 = 240