Solution proposée par Frédéric de Ligt au problème de la quinzaine numéro 4

Soit M_0 (x_0 ; x_0^2) un point de la parabole *P* différent de son sommet O. La tangente à *P* en M_0 a pour équation $y = 2x_0x - x_0^2$. La normale à *P* en M_0 a donc pour équation $y = -0{,}5x / x_0 + 0{,}5 + x_0^2$. Si on note C le point d'intersection de cette normale avec l'axe des ordonnées, alors les coordonnées de C sont (0 ; $0{,}5 + x_0^2$). Le point C est le centre du cercle bitangent à *P* dont M_0 est l'un des deux points de contact.

Ce cercle a donc pour rayon $CM_0 = \sqrt{x_0^2 + 0{,}25}$.

Si on note *r* le rayon commun des petits cercles de la figure, les contraintes de l'énoncé imposent $CM_0 = 4r$ et $CO = 6r$. On doit donc avoir $CO = 1{,}5\ CM_0$ ou encore $CO^2 = 2{,}25\ CM_0^2$.

Cela se traduit par l'équation d'inconnue x_0^2 : $(0{,}5 + x_0^2)^2 = 2{,}25(x_0^2 + 0{,}25)$ ou encore après quelques manipulations : $16x_0^4 - 20x_0^2 - 5 = 0$.

On retient la solution positive de cette équation du second degré en x_0^2 et on trouve : $x_0^2 = \frac{5}{8} + \frac{3\sqrt{5}}{8}$

Comme $6r = 0{,}5 + x_0^2 = \frac{9}{8} + \frac{3\sqrt{5}}{8}$ alors $r = \frac{3}{16} + \frac{\sqrt{5}}{16} \approx 0{,}327$