Solution proposée par Frédéric de Ligt au problème de la quinzaine numéro 16

La fonction f définie par $f(x)=\dfrac{\ln x}{x-1}$ est continue et dérivable quand $x > 1$. On a $f\,'(x)=\dfrac{\dfrac{x-1}{x}-\ln x}{(x-1)^2}$

Pour $x \geq e$ on est sûr que $\ln x \geq 1 > \dfrac{x-1}{x}$ et donc que $f\,'(x) < 0$.

La fonction f est par conséquent strictement décroissante quand $x \geq e$.

D'où $f(2012) > f(2013)$, c'est-à-dire $\dfrac{\ln 2012}{2011} > \dfrac{\ln 2013}{2012}$ ou encore $\ln(2012^{2012}) > \ln(2013^{2011})$.

La fonction exponentielle étant strictement croissante sur **R**, on a l'inégalité $2012^{2012} > 2013^{2011}$.