

Solution proposée par Frédéric de Ligt au problème de la quinzaine n° 5

Soit f la fonction polynomiale de degré 3 définie par $f(x) = x(x - 15)(x - 24)$. Sa dérivée f' est la fonction définie par $f'(x) = 3x^2 - 78x + 360 = 3(x - 6)(x - 20)$.

La famille de fonctions définies par $f_n(x) = f(x - n)$ pour $n \geq 1$ est constituée de fonctions gentilles puisque $f_n(x) = (x - n)(x - n - 15)(x - n - 24)$ s'annule en n , $n + 15$ et $n + 24$ qui sont des valeurs entières et distinctes. Par ailleurs $f'_n(x) = f'(x - n) = 3(x - n - 6)(x - n - 20)$ s'annule en $n + 6$ et $n + 20$ qui sont aussi des valeurs entières et distinctes. f'_n est aussi une fonction gentille.