



RÉGION ACADÉMIQUE
NOUVELLE-AQUITAINE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION



L'enseignement de la résolution de problèmes au cycle 2

18 décembre 2018

SOMMAIRE

1. Rappels sur le cycle 3
2. Vigilance sur les énoncés pour un apprentissage par analogie
3. Construire un enseignement de la résolution de problèmes
 - Les évaluations CP-CE1
 - Quels problèmes enseigner ?
 - La résolution du problème
 - Comment enseigner la résolution de problèmes ?



RÉGION ACADÉMIQUE
NOUVELLE-AQUITAINE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION



Vigilance sur les énoncés pour un apprentissage par analogie

Selon une conférence de E. Sander

Apprendre par analogie, c'est s'appuyer sur ce qu'on connaît pour conceptualiser ce qu'on ne connaît pas.

Les connaissances spontanées des élèves sur ce qui est enseigné se fondent sur leur expérience concrète ; ces conceptions initiales doivent être prises en compte dans l'enseignement.



- Pour que les élèves réussissent, il va falloir faire un travail scolaire pour conceptualiser les catégories et ainsi en comprendre les situations les plus éloignées. Les catégories se développent très progressivement chez l'enfant.
- Par exemple en CP, un élève a beaucoup de mal à accepter que l'on puisse mesurer un gain par une soustraction ... il faudra travailler sur la catégorie « soustraire ».

Exemple avec des élèves de CP

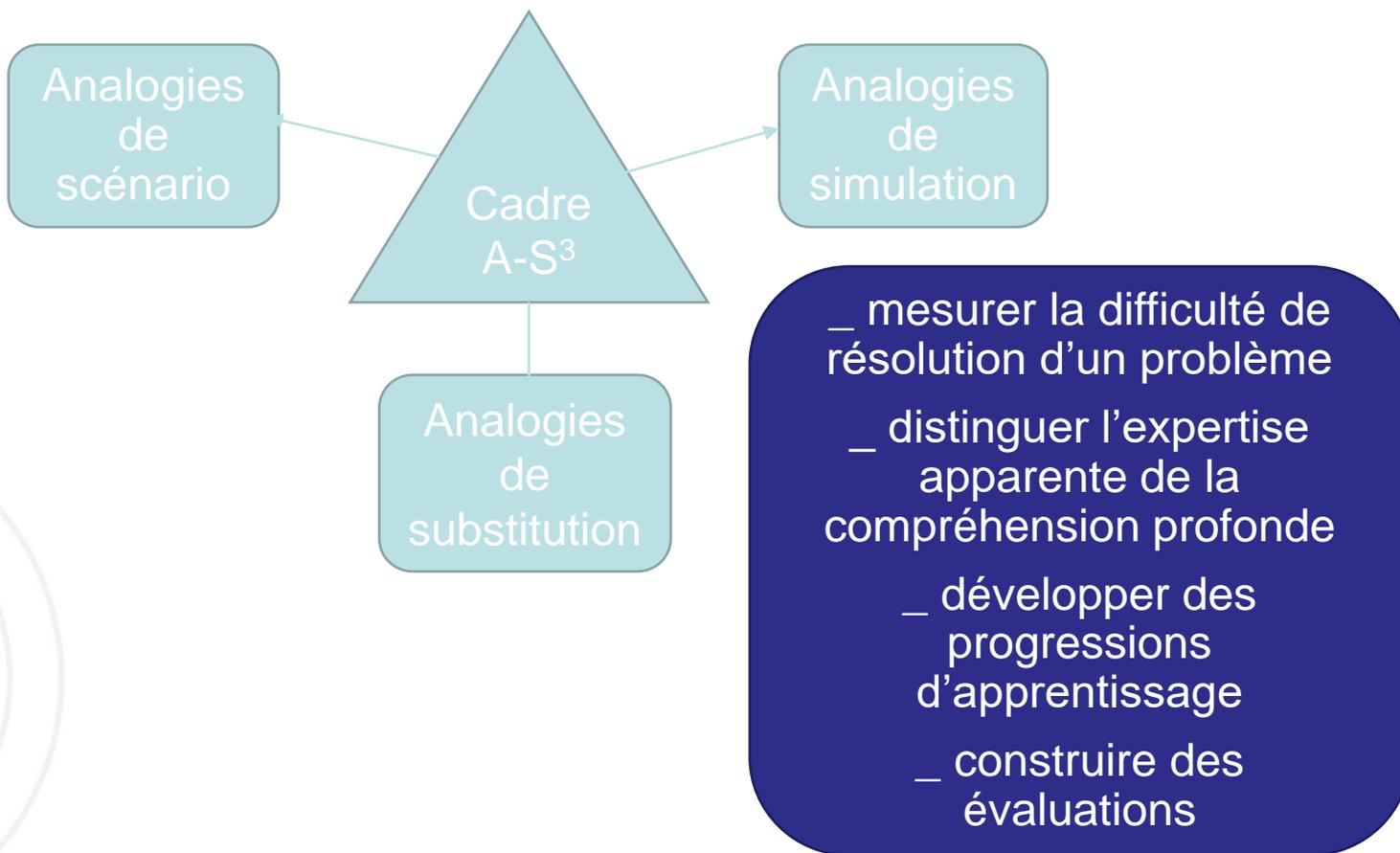
- Il y a 5 oiseaux et 3 vers. Combien y a-t-il d'oiseaux de plus que de vers ?

[25% de réussite]

- Il y a 5 oiseaux et 3 vers. Combien d'oiseaux n'auront pas de vers ?

[96% de réussite]

Le cadre A-S³



Les Analogies de Substitution

- La notion mathématique est perçue par analogie avec une connaissance familière, issue de la vie quotidienne

- Paul avait 3 billes. Il en gagne 5 à la récréation. Combien a-t-il de billes maintenant ?
 - 100% de réussite à 6 ans [Dans le domaine de validité de la connaissance intuitive]
- Paul a 3 billes. Pierre a 5 billes. Combien ont-ils de billes ensemble ?
 - 100% de réussite à 6 ans [Dans le domaine de validité de la connaissance intuitive]
- Paul avait des billes. Il en perd 3 pendant la récréation et maintenant il lui en reste 5. Combien de billes avait-il avant la récréation ?
 - 28% de réussite à 6 ans [Hors du domaine de validité de la connaissance intuitive]
- Paul a 3 billes. Pierre a 5 billes de plus que Paul. Combien de billes Pierre a-t-il ?
 - 17% de réussite à 6 ans [Hors du domaine de validité de la connaissance intuitive]
- Paul a 3 billes. Paul a 5 billes de moins que Pierre. Combien Pierre a-t-il de billes ?
 - 6% de réussite à 6 ans [Hors du domaine de validité de la connaissance intuitive]

Les Analogies de Scénario

- L'énoncé évoque un scénario cohérent. La résolution de problème sera facilitée par cette analogie car les propriétés activées sont cohérentes avec les propriétés mathématiquement pertinentes.
- En cas de dissonance, la difficulté de résolution est accrue.

- « 15 gâteaux répartis entre 5 personnes »
- → consonance : une grande quantité d'objets partagée entre un moins grand nombre d'acteurs
- « 5 gâteaux répartis entre 15 personnes »
- → dissonance : une petite quantité vers une grande quantité (cela malgré la conformité à l'analogie de substitution du partage)

Les Analogies de Simulation

- L'analogie de simulation se centre sur la simulation mentale créée par l'élève à la lecture de l'énoncé.
- Si cette simulation mentale apparaît logiquement elle est alors facilitatrice. La mémorisation de problèmes simples pourrait permettre de faciliter cette simulation mentale.

- Pierre a 15 billes. Il en perd 3 à la récréation. Combien lui en reste-t-il ?
 - → Conformité sur le plan de la substitution (enlever), du scénario (scénario de jeu de billes dans lequel on perd ou on gagne) et de la simulation (comptage mental à rebours de 3).
- Pierre a 15 billes. Il en perd 12 à la récréation. Combien lui en reste-t-il ?
 - → Conformité sur le plan de la substitution (enlever), du scénario (scénario de jeu de billes dans lequel on perd ou on gagne) mais pas de la simulation (comptage mental à rebours de 12).

Conclusion

- Trois formes d'analogies intuitives :
Substitution, Scénario, Simulation.
- Interaction dans les progressions
d'apprentissage
- Concerne l'élève et l'enseignant

Évaluations 2018 CP

[Pour chacun des problèmes suivants, laisser 1 minute et 30 secondes.]	
<input type="radio"/>	<i>6 poules veulent aller couvrir 1 œuf chacune. Il y a seulement 3 œufs. Combien d'œufs doit-on ajouter pour que chaque poule couve un œuf ?</i>
	<i>C'est la récréation. 8 élèves veulent un vélo. La maitresse n'a sorti que 2 vélos. Combien de vélos doit-elle encore sortir pour que chaque élève ait un vélo ?</i>
	<i>7 enfants sont dehors. Il fait très froid. Ils veulent tous un bonnet mais il n'y en a qu'un. Combien de bonnets manque-t-il ?</i>
<input type="checkbox"/>	<i>Pierre veut mettre la table pour 5 personnes. Il a 9 assiettes. Combien d'assiettes y a-t-il en trop ?</i>
<input type="checkbox"/>	<i>Mélanie avait 7 billes. Elle a perdu des billes pendant la récréation. Il lui en reste 3. Combien de billes a-t-elle perdues ?</i>
<input type="checkbox"/>	<i>Dans la trousse de Jules, il y a 10 feutres. 4 feutres ne fonctionnent plus. Combien de feutres fonctionnent encore ?</i>

Évaluations CP-2018

IEN - Châtelleraut

CP	REP	REP+	Hors EP	Pistes de remédiation
Mathématiques				
<u>Ecrire des nombres sous la dictée</u>	85,4	93,4	96,2	<u>Ecrire en chiffres des nombres entiers</u>
<u>Reconnaître des nombres dictés</u>	77,4	85	92,3	<u>Lire les nombres entiers jusqu'à 10</u>
<u>Résoudre des problèmes</u>	43	44,2	64,1	<u>Dire combien il faut ajouter ou enlever</u>
<u>Dénombrer une collection et l'associer à son écriture chiffrée</u>	76	88,8	93	<u>Quantifier des collections jusqu'à 10</u>
<u>Comparer des nombres</u>	32,2	23,8	39,5	<u>Comparer deux nombres</u>
<u>Placer un nombre sur une ligne numérique</u>	35	37,5	55,4	<u>Utiliser un nombre pour exprimer une position</u>
Total	58,2	62,1	73,4	

Évaluations 2018 CE1

●	<i>Pierre avait 10 billes. Il en gagne 4 à la récréation. Combien en a-t-il maintenant ?</i>
○	<i>Sophie joue au jeu de l'oie. Elle est sur la case 9. Elle doit reculer de 7 cases. Sur quelle case va-t-elle arriver ?</i>
➔	<i>Il y avait 12 verres fragiles dans la cuisine. Il n'en reste plus que 8. Combien de verres ont été cassés ?</i>
↶	<i>Ma sœur a 5 ans de plus que moi. J'ai 6 ans. Quel âge ma sœur a-t-elle ?</i>
■	<i>Léo a 24 € dans son porte-monnaie. Il a 8 € de plus que Lilou. Combien d'euros Lilou a-t-elle ?</i>

Évaluations CE1-2018

IEN - Châtelleraut

CE1 Mathématiques	REP	REP+	Hors EP	Pistes de remédiation
<u>Reconnaitre et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueurs, de milieu, de symétrie</u>	65,3	73,5	83,6	<u>Repérer perceptivement des propriétés géométriques</u>
<u>Comparer des nombres</u>	32	33,5	36,9	<u>Comparer des nombres</u>
<u>Placer un nombre sur une ligne numérique</u>	29,7	35,5	47,3	<u>Associer un nombre à une position</u>
<u>Additionner</u>	42,1	47,3	62,5	<u>Calculer en ligne avec des nombres entiers</u>
<u>Soustraire</u>	25	27	40,2	
<u>Calculer mentalement</u>	75,4	73,6	82,9	<u>Calculer mentalement des additions</u>
<u>Ecrire des nombres sous la dictée</u>	58,7	72,4	79,7	<u>Ecrire des nombres en chiffres</u>
<u>Reconnaitre des nombres dictés</u>	71,7	77	84,5	<u>Lire des nombres entiers</u>
<u>Représenter des nombres entiers</u>	46,6	60	64,5	<u>Identifier les différentes représentations d'un nombre</u>
<u>Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul</u>	43,6	49,6	61,9	<u>Rechercher une réponse numérique à un problème</u>
Total	49	55	64,4	

Construire un enseignement de la résolution de problème

Quels problèmes enseigner en cycle 2 ?

La résolution du problème

La compréhension de l'énoncé

La schématisation

Comment enseigner de la résolution de problème ?

Progression

Fréquence

Traces écrites

Modalités

Différenciation

Conclusion

Quels problèmes enseigner ?

- Variété des problèmes proposés :
 - jouer sur le type de problèmes :
 - problèmes de recherche du tout ou d'une partie ;
 - problèmes de transformation ;
 - problèmes de comparaison ;
 - jouer sur les nombres en jeu :
 - travail sur la numération, avec des nombres plus simples au début puis progressivement des travaux où il faut travailler sur les différentes unités de numération ;
 - travail sur le calcul, apparition de retenues, utilisation de tables moins connues, etc. ;

Quels problèmes enseigner ?

Exemples

Kevin avait 27 jetons ; il en a donné 12 à Agathe.
Combien de jetons a Kevin maintenant ?

Faux positif

Il avait 28 euros. Il a acheté un livre à 12 euros et une trousse à 5 euros. Combien lui reste-t-il ?

Plusieurs étapes

Matéo a 20 billes.
Sara en a 10 de plus que lui.
Combien les deux enfants ont-ils de billes en tout ?

3 nombres
mais 1 étape

Dans la salle de cantine de l'école il y a 6 tables pour les élèves.
À chaque table, 10 élèves peuvent s'asseoir pour manger.
Dans cette école, il y a 27 filles et 36 garçons qui mangent à la cantine.
Est-ce que tous les élèves peuvent manger en même temps dans la salle de la cantine ?

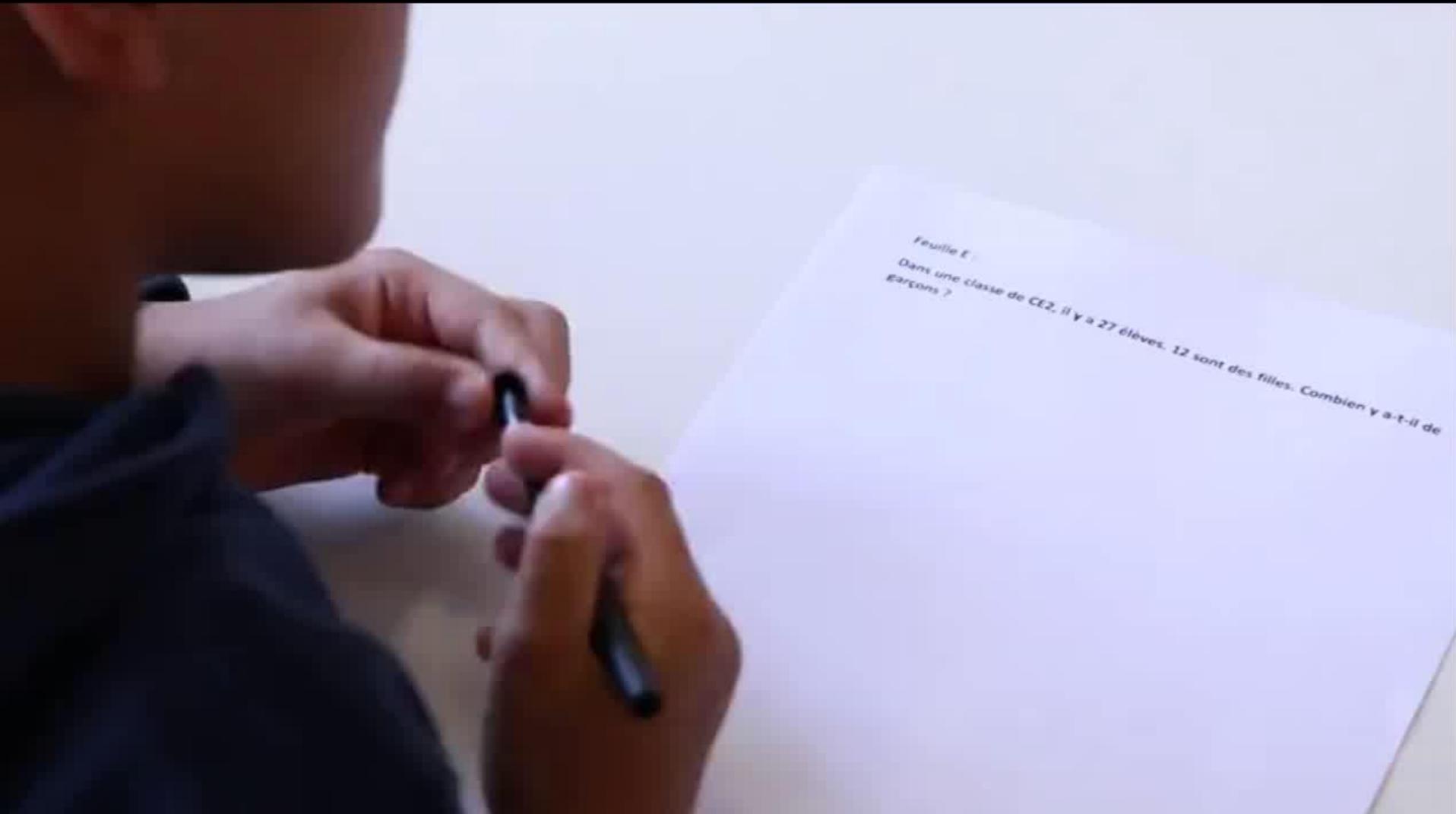
Réponse par
OUI ou NON

La résolution du problème La compréhension de l'énoncé

Dans une classe de CE2, il y a 27 élèves. 12 sont des filles. Combien y a-t-il de garçons ?

Source : Parcours M@gistère sur la soustraction

Dans une classe de CE2, il y a 27 élèves. 12 sont des filles. Combien y a-t-il de garçons ?



Le recodage sémantique

Recoder sémantiquement, c'est « apprendre à l'élève à raconter l'énoncé d'un autre point de vue, qui va lui permettre de résoudre le problème plus facilement. » (Richard, Sander)

Exemple :

« Il y a 12 filles dans la classe. Combien faut-il de garçons pour avoir un total de 27 élèves ? »

→ Le recodage sémantique de ce problème le rendra plus accessible.

La résolution du problème

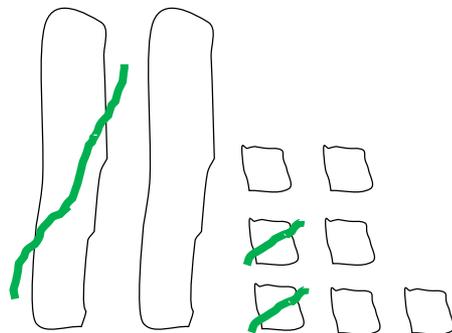
La schématisation

- Faire des schémas pour aider à la résolution
 - Ne pas tout attendre des élèves
 - Quels schémas ?
 - simples (ne pas en faire un code supplémentaire à apprendre),
 - les mêmes sur plusieurs années (sauf quand on travaille sur la numération en CP et en début de CE1).

La résolution du problème

La schématisation

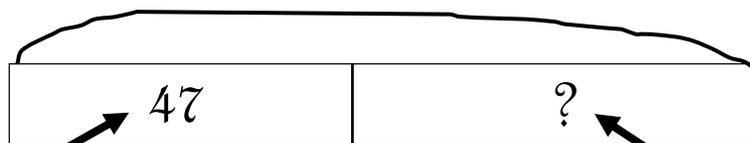
Kevin avait 27 jetons ; il en a donné 12 à Agathe.
Combien de jetons a Kevin maintenant ?



$(27 ; 12) \rightarrow (123 ; 47)$

123

jetons qu'avait Kevin



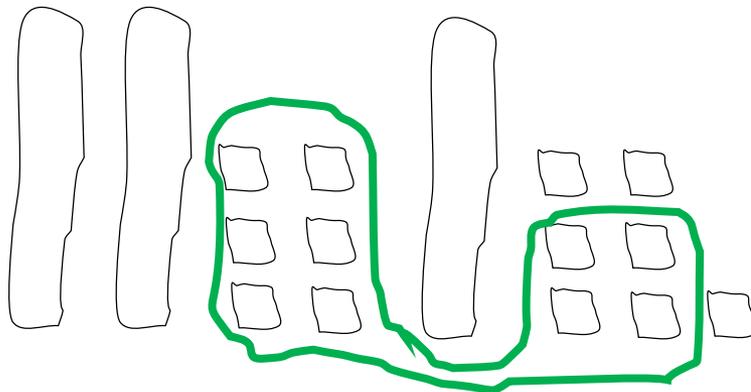
jetons donnés à Agathe

ce qui reste à Kevin

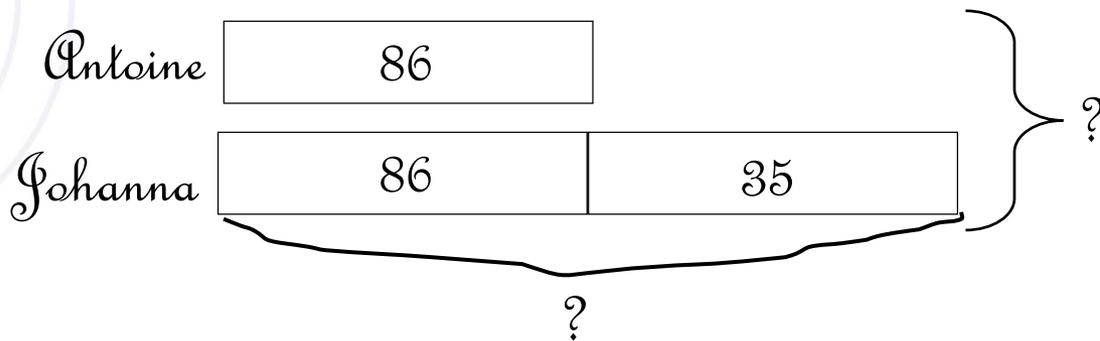
La résolution du problème

La schématisation

Antoine a 26 billes ; il en a 17 de moins que Johanna.
Combien Johanna a-t-elle de billes ?



$(26 ; 17) \rightarrow (86 ; 35)$



Construire son enseignement

- Organiser une progression cohérente sur les deux cycles
 - Un travail d'équipe
 - Cohérence **entre une année et la suivante** concernant le type de problèmes proposés : partie-tout/comparaison, nombre d'étapes, nombres en jeu, type d'opérations en jeu (addition, soustraction, etc.), niveau des opérations en jeu (avec ou sans retenue, tables utilisées)
 - Harmonisation **au sein de l'école ou du réseau** concernant les schémas utilisés en classe dans les institutionnalisations et les mises en commun

Construire son enseignement

- Quand et combien ?
 - des séances spécifiques (sur la numération, sur une opération donnée, etc.) où l'on résout plusieurs problèmes ;
 - des problèmes isolés dans une séance où d'autres types de tâches sont proposés ;
 - toutes les semaines.
- Bien calibrer le niveau de difficulté des problèmes proposés aux élèves (chercher un peu, **et trouver beaucoup**).
 - Gestion de classe
 - Plaisir de faire des mathématiques

Fréquence

« L'usage, dès le cycle 2, d'un cahier de mathématiques sur lequel, **chaque jour, les élèves résolvent un ou deux problèmes** [...] permet de garder trace de cet apprentissage et doit se généraliser. »

Orientations pédagogiques faisant suite à l'évaluation CM2 de 2011. Jean-Michel Blanquer

Trace écrite

- L'ardoise
- L'affiche
- Le TNI ou VPI
- Le fichier
- Le cahier
 - Les travaux de recherche, de résolution des problèmes traités en classe
 - Les institutionnalisations dans les cahiers d'élèves

Construire son enseignement

- Privilégier l'accompagnement des élèves pendant le temps de recherche individuelle à une longue présentation collective du problème en début de séance.

Némo veut faire un collier pour sa maman.

Mila dit : « Il te faut 40 perles pour que le collier ait la bonne longueur ! »

Némo prend 10 perles roses, 10 perles bleues, 10 perles orange et 5 perles vertes.

Némo peut-il finir son collier ?

Source : Les mathématiques en classe de cycle 2, un travail d'équipe avec Stella Baruk
DGESCO-Canopé





Construire son enseignement

- Privilégier l'accompagnement des élèves pendant le temps de recherche individuelle à une longue présentation collective du problème en début de séance.
 - Accompagnement individuel
 - Prise en charge d'un petit groupe d'élèves pour un travail spécifique
 - sur la compréhension (jouer le problème avec du matériel approprié, reformuler le problème, etc.) ;
 - sur le contenu mathématique qui pose problème (numération, calcul, etc.)

Construire son enseignement

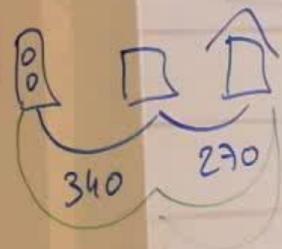
- Quelle différenciation ?
 - Privilégier une différenciation par l'accompagnement pendant le temps de recherche, en apportant à chacun les coups de pouce dont il a besoin.
 - Faut-il proposer des problèmes différents aux élèves ?
 - Cas particuliers : ENAF NSA, certains cas d'inclusion, etc.
 - On peut imaginer deux séries de problèmes différentes avec des problèmes communs.

Construire son enseignement

- Les échanges inter-élèves
 - pendant les temps de recherche
 - travaux de groupes,
 - ne rendre qu'une réponse pour deux,
 - échanges entre deux élèves ayant effectué le même calcul mais n'ayant pas trouvé la même réponse...
 - pendant les temps de mise en commun/correction
 - échanges à partir d'une proposition d'élève vidéoprojetée à l'aide d'un visualiseur ou recopiée au tableau.
 - Mais privilégier, le plus souvent possible, un temps de recherche individuelle en amont d'un travail collectif

Marc part de chez lui avec Lou, ils passent devant le collège Guy Môquet puis vont jusqu'à l'école maternelle où Marc laisse sa sœur. Marc retourne ensuite au collège.

Quelle est la distance parcourue par Marc ce matin ?



$$340\text{ m} + 340\text{ m} + 270\text{ m} = 950$$

La distance parcourue par Marc ce matin est de 950 m.

$$340 + 270 = 610$$

Marc a parcouru 610 m.

- pendant les mots-outils surtout donc
- n souvent autour
- mais que il y a aujourd'hui
- alors vite même pourquoi
- voici qui mille encore
- comme ici sur sous
- quand déjà après chez
- ce que ensuite dans beaucoup
- ment tout avec dehors
- rain hier



Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
		1	2	3	4
			Tel	10	11
	7	8	9	10	11
		15	16	17	18
13	14	15	16	17	18
		21	22	23	24
20	21	22	23	24	25
		28	29	30	
26	27	28	29	30	

chanter au présent

je chante

tu chantes

il, elle, on chantent

nous chantons

vous chantez

ils, elles chantent

Attention au surétayage

« Lorsqu'un enseignant donne des exercices trop simples ou apporte de trop grandes aides aux élèves, il pourrait y avoir un risque d'aggravation des difficultés des élèves. »

(Source : extrait de la conférence de consensus CNESEO et Ifé « Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire ; citation relative aux recherches de D.Butlen, M.Charles-Pézard et P.Masselot - 2015)

<http://www.cnesco.fr/fr/numeration/>

Conclusion

- ① S'assurer que les élèves résolvent des problèmes fréquemment (quotidiennement ou presque)
 - Il est souhaitable de tendre vers une dizaine de problèmes résolus chaque semaine
- ② S'assurer que les élèves résolvent des problèmes variés
 - Il faut sortir régulièrement du « 2 nombres » + « Combien ? », tout en privilégiant les problèmes élémentaires en une ou plusieurs étapes (typologies entre autres de G. Vergnaud et de D. Butlen)
 - Établir une progressivité

Conclusion

- ③ Être vigilant quant au contexte des énoncés, au vocabulaire et à la difficulté mathématique des problèmes proposés
 - La résolution de problèmes doit être source de plaisir
- ④ Veiller à ce qu'une différenciation soit bien mise en œuvre pendant les temps de résolution de problèmes
 - En particulier par l'accompagnement pendant les temps de recherche (conseils individuels, prise en charge d'un petit groupe)
 - En proposant des énoncés différents si cela est absolument nécessaire tout en essayant de garder des tâches communes pour maintenir des temps collectifs pour le groupe classe

Conclusion

- ⑤ S'assurer que les élèves disposent de temps de recherche conséquents
 - Équilibre entre le temps de parole de l'enseignant, les temps collectifs et le temps de recherche individuelle
- ⑥ Veiller à ce que la compétence « représenter » fasse l'objet d'un enseignement construit
 - Proposer, sans contraindre, des schémas porteurs de sens utilisés de façon récurrente tout au long du cycle
- ⑦ Encourager les échanges inter-élèves
 - Pendant les temps de recherche, en binôme ou en petit groupe après un temps individuel, ou pendant les temps de mise en commun avec toute la classe