Ma grand-mère est une magicienne ! - publié le 28/12/2012 mis à jour le 29/12/2012

Sujet n°7 (moyen)

• Enoncé

Ma grand-mère est un peu magicienne. Elle aligne n cartes numérotées de 1 à n, faces cachées, sur une table, et elle me propose de prélever des cartes qui se suivent parmi elles pendant qu'elle me tourne le dos. Puis elle me demande de lui annoncer la somme des nombres inscrits sur ces cartes ; je lui dis :" 2013 !".

Après quelques instants, elle me donne les numéros des cartes que j'avais entre les mains. A-t-elle eu de la chance ? Comment a-t-elle fait ?

Solution:

On tire p cartes consécutives parmi n+p et on ajoute les valeurs (entiers consécutifs)

On a donc $2013=n+n+1+n+2+\ldots+n+p-1=np+p\frac{(p-1)}{2}$

donc $2013\times2=p(2n+p-1)$

donc p est un diviseur de $2013\times2=2\times3\times11\times61$ (décomposition en facteurs premiers)

Il ne reste plus qu'à traiter les premières possibilités.

p=1 mène à n=2013
p=2 n=1006
p=3 n=670
p=6 n=333
p=11 n= 178
p=22 n=81
p=33 n=45
p=61 n= 3 impossible
ensuite on obtient des valeurs négatives pour n.

Donc au final 7 possibilités
Pour chacune d'elle la grand mère peut en déduire les cartes tirées .
Par exemple
si elle avait 45+33=78 cartes elle sait que 45+46+...+77 =2013
si elle avait 81+22 = 103 cartes elle sait que 81+82+...+102=2013
etc...
mais difficile de penser qu'elle ait pu aligner plus de 100 cartes sur une table.

Ce n'est donc pas de la chance(ni de la magie), connaissant p elle peut toujours trouver n.
Si en plus elle connait les décompositions des années en facteurs premiers elle peut gagner du temps.