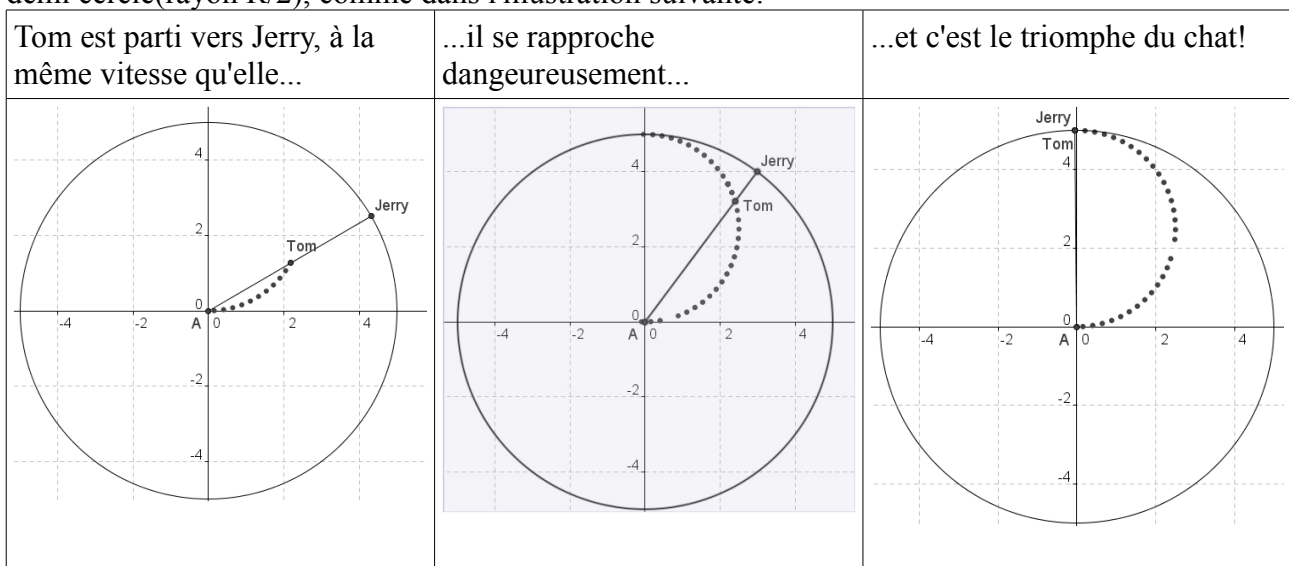




• **Enoncé**

Imaginez Tom au centre d'une pièce circulaire en train d'élaborer un stratagème pour attraper Jerry qui vient de s'introduire dans le seul trou de la pièce. Soudain il aperçoit la petite souris sortir de sa cachette. Jerry se met à courir en longeant le mur et aussitôt Tom se met à sa poursuite avec la même vitesse qu'elle et en restant sur l'axe qui la relie au centre de la pièce. Où se trouve Jerry quand Tom la rattrape ? On admet l'unicité de la trajectoire de Tom.

Tom attrapera Jerry lorsqu'elle aura parcouru un quart du cercle (rayon R), après avoir parcouru un demi cercle (rayon R/2), comme dans l'illustration suivante:



Puisque l'unicité de la réponse est admise, il suffit de vérifier que ma solution est la bonne: C'est à dire vérifier que les vitesses des deux héros sont bien les mêmes et que Tom, Jerry et le centre de la pièce sont alignés.

A l'instant t, Jerry est repéré par le point J(t) de coordonnées $(R\cos(wt); R\sin(wt))$, où R est le rayon du cercle, et w la vitesse angulaire de Jerry (constante): la vitesse de Jerry est Rw .

De même Tom est repéré par le point T(t) de coordonnées $(R\sin(wt)\cos(wt); R\sin(wt)\sin(wt))$: A chaque instant t les points 0, T et J sont bien alignés (coordonnées proportionnelles).

Vérifions que la vitesse du point $T(x(t); y(t))$ est bien Rw .

On calcule les coordonnées du vecteur vitesse $(x'(t); y'(t))$

$$x'(t) = R(w\cos^2(wt) - w\sin^2(wt)) = Rw(\cos^2(wt) - \sin^2(wt)) = Rw \cos(2wt)$$

$$y'(t) = R(2w\cos(wt)\sin(wt)) = Rw(2\cos(wt)\sin(wt)) = Rwsin(2wt)$$

$$\text{Puis la norme du vecteur vitesse} = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} = Rw\sqrt{(\cos^2(2wt) + \sin^2(2wt))} = Rw$$

Ainsi la solution proposée convient, et comme c'est la seule, j'ai bien démontré le résultat attendu.

Cela dit Jerry, qui n'est pas sotte, aura vite compris qu'il vaut mieux faire marche arrière et retourner dans son trou pour attendre des jours meilleurs...

Variantes possibles:

- 1) Que se passe t il si Jerry et Tom n'ont pas la même vitesse? (exemple:Tom deux fois plus rapide)
- 2) Jerry est au centre, c'est Tom qui se déplace le long du cercle (avec une vitesse quadruple de celle Jerry).

Jerry peut-elle atteindre le trou situé sur le cercle, avant que Tom ne la rattrape?