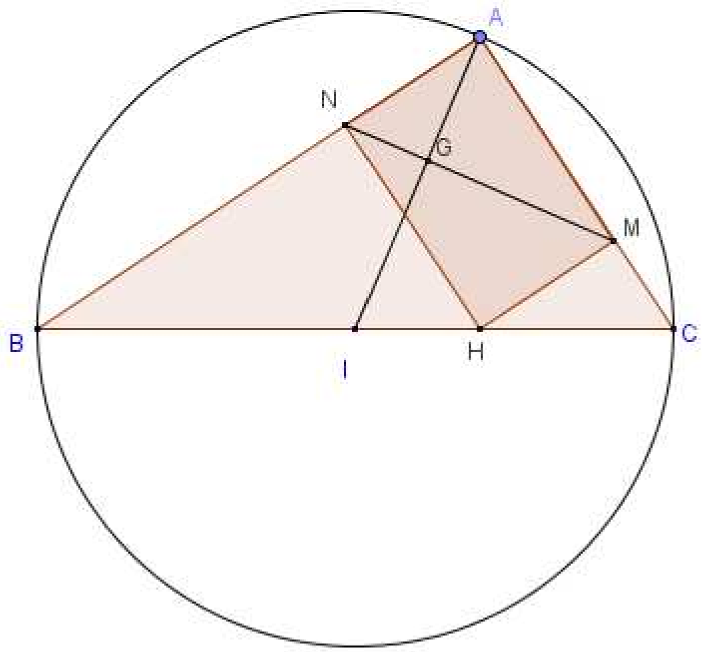
Un rectangle dans un triangle rectangle

Enoncé

A est point mobile du cercle de diamètre [BC]. I est le milieu du segment [BC]. H est le pied de la hauteur issue de A du triangle ABC. M et N sont les projetés orthogonaux de H respectivement sur [AC] et [AB]. Les segments [MN] et [AI] se coupent en G.



Observations

1. Utiliser un logiciel de géométrie pour construire la figure ci-dessus.
2. Faire bouger le point A sur le cercle et lire la distance MN. Quelles positions de A semblent rendre cette distance maximale ?
3. Que peut-on conjecturer pour les droites (MN) et (AI) ?
4. Pour quelles positions de A sur le cercle, l'aire du quadrilatère ANHM semble-t-elle maximale ?

Un rectangle dans un triangle rectangle

I Public

Ce TP est destiné aux élèves de seconde ou début de 1S.

II Objectifs du TP

1) Apprentissages de base d'un logiciel de géométrie dynamique
2) Apprendre à conjecturer et vérifier la conjecture
3) Elaborer une démarche
4) Propriétés du rectangle, distance d'un point à une droite
5) Calculs de l'aire d'un triangle rectangle
6) Triangles semblables

III Logiciels utilisés

Geogebra ou Geoplan-Geospace

IV Déroulement et prolongements

Une heure en TD sur ordinateur.

Les élèves chercheront une démonstration de leurs conjectures sans indication préalable.

Un plan de démonstration peut être débattu en classe.

Pour garder une trace écrite, on peut proposer, en fin de séance un DM avec les questions suivantes:

1. Montrer que le quadrilatère ANHM est un rectangle. Que peut-on en déduire pour les segments [MN] et [AH] ? Quelle est donc la valeur maximale de AH ? Pour quelles positions du point A est-elle atteinte ?
2. Montrer successivement que les couples de triangles suivants sont semblables : ABC et MHC, puis MHC et MAH et enfin MAH et AMN.
3. Montrer que $\widehat{CBA} = \widehat{NAG}$ puis que les triangles GAN et ABC sont semblables. Que peut-on en déduire pour les droites (MN) et (AI) ?
4. Montrer que : $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ puis exprimer l'aire du rectangle ANHM en fonction de AH et BC pour répondre à la quatrième observation

Remarques : en 1S, on pourrait exprimer cette aire en fonction de $\theta = \widehat{AIC}$; faut-il fournir la figure aux élèves ?

On pourra visionner les lieux de G, M et N, c'est assez curieux.

Suggestions ou remarques à : philippe.lefeuvre@ac-poitiers.fr