Une réponse au problème 2 :

Les inverses des nombres triangulaires s'écrivent : $\dfrac{2}{i(i+1)} = 2\left(\dfrac{1}{i} - \dfrac{1}{i+1}\right)$ $(i \in \mathbb{N}^*)$.

Sachant que 2023066 est le 2011ième nombre triangulaire $\left(\text{car } 2023066 = \frac{2011\times 2012}{2}\right)$, on a donc :

$$S = \sum_{n=1}^{2011} \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{2}{i(i+1)}} = \sum_{n=1}^{2011} \frac{1}{2\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i+1}\right)} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{2011} \frac{1}{1-\frac{1}{n+1}} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{2011}\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

Or : $\displaystyle\sum_{n=1}^{2011} 1 = 2011$ donc :

$$S = \frac{1}{2}\left(2011 + \sum_{n=1}^{2011}\frac{1}{n}\right)$$

Mais on sait que : $\displaystyle\sum_{n=1}^{2011}\frac{1}{n} \geq \ln 2011$ avec $\ln 2011 \approx 7,6$.

On obtient donc : $S > \dfrac{1}{2}(2011+7)$,
c'est à dire : $S > 1009$.