DEVOIR MAISON 5

- Ceci est un sujet d'épreuve pratique de terminale S (vous savez... l'épreuve à support informatique dont nous avons déjà parlé).
  Ce sujet peut être traité avec les logiciels `GeoGebra` ou `Géoplan-Géospace`.
  Puisque nous avons déjà utilisé `Géoplan-Géospace` pour construire des barycentres, je vous propose cette fois ci d'utiliser `GeoGebra`.
  Cependant, il serait bien, pour les plus courageux (c'est-à-dire vous tous ! ? !), de réaliser la figure sous `GeoGebra` et sur `Géoplan-Géospace` afin de vous remémorer les fonctions de `Géoplan-Géospace`.
- Le fichier à remettre.
  > Vous enregistrerez la figure sous le nom `Nom_Prenom_DM5` (vous adapterez bien sûr le nom et le prénom).
  > Vous m'enverrez la construction à l'adresse secondea.lbamour@neuf.fr (si vous pouvez) ou enregistrez cette construction sur l'Intranet de l'établissement dans le lecteur `Pedago`.
- Quelques précisions sur `GeoGebra`.
  - Gestion des vecteurs par `GeoGebra` : O étant l'origine du repère, le point $M\,(x\,;\,y)$ est assimilé au vecteur $\overrightarrow{OM}$ qui a bien sûr pour coordonnées $(x\,;\,y)$.
    Ainsi, pour placer le point T tel que $\overrightarrow{OT} = \frac{2}{7}\left(3\overrightarrow{OA} - 5\overrightarrow{OB}\right)$, on écrira dans la barre de saisie :
    $$T = 2/7 * (3 * A - 5 * B)$$[1]
  - Utilisation d'un paramètre (ici k) : trouver le bouton nommé "`curseur`", cliquez dessus, cliquez quelque part sur la feuille et débrouillez-vous.

On considère A, B et C trois points du plan et k un réel de l'intervalle $[-1\,;\,1]$.
On note G_k le barycentre du système de points pondérés :

$$(A, k^2+1)\,;\,(B, k)\,;\,(C,\,-k).$$

Le but de cet exercice est de déterminer le lieu des points G_k lorsque k décrit l'intervalle $[-1\,;\,1]$.

1. Visualisation à l'aide d'un logiciel de géométrie :
   (a) Construire les points A, B, C, G_1 et G_{-1}.
   (b) Construire le point G_k puis visualiser l'ensemble des points G_k lorsque k décrit $[-1\,;\,1]$.
   (c) Quelle est la nature de l'ensemble précédent ?
2. Justification mathématique :
   (a) Justifier, pour tout réel k de $[-1\,;\,1]$ l'existence du point G_k.
   (b) Démontrer que pour tout réel de l'intervalle $[-1\,;\,1]$, on a :
   $$\overrightarrow{AG_k} = \frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}\,.$$
   (c) Étudier les variations de la fonction f définie sur $[-1\,;\,1]$ par $f(x) = \frac{-x}{x^2+1}$.
   (d) Démontrer la conjecture faite avec le logiciel.
3. Que se passe-t-il lorsque k varie dans $\mathbb{R}$ (ie lorsqu'on remplace $[-1\,;\,1]$ par $\mathbb{R}$) ? (on peut redéfinir le curseur en double-cliquant dessus et en se rendant sur l'onglet curseur)

[1] Il est bien sûr hors de question de voir une telle écriture sur vos copies... Ce n'est qu'un raccourci de notation du logiciel !