Exemples de situations pour introduire les probabilités en 3ème

**Situation 1 :**

*(D’après document ressources collège probabilités statistiques)*

Le jeu de « Franc Carreau » consiste à prendre une pièce de monnaie (de 1 cm de rayon, par exemple), et à la lancer sur un carrelage dont les carreaux sont des carrés (de 10 cm de côté, par exemple). On fait « Franc Carreau » quand la pièce tombe sur une seule case, dont elle peut toucher les bords, mais sans empiéter sur une autre case. Dans ce cas, on gagne un euro ; sinon, on perd un euro.



Le joueur a-t-il davantage de chance de gagner que de perdre ?

**Situation 2 :**

Quand on lance deux dés bien équilibrés et que l’on regarde la somme des faces, a-t-on plus de chance d’obtenir un 7 ou un 9 ?

**Situation 3 :**

*(D’après document ressources probabilités et statistiques)*

Pour limiter le nombre de filles dans un pays (imaginaire ?), on décide que :

- chaque famille aura au maximum 4 enfants ;

- chaque famille arrêtera de procréer après la naissance d’un garçon.

On considère que chaque enfant a une chance sur deux d’être un garçon ou une fille et que, pour chaque couple de parents, le sexe d’un enfant est indépendant du sexe des précédents.

Ce choix a-t-il la conséquence attendue, à savoir de diminuer le nombre de filles dans la population ?

## Situation 4 :

*(D’après document ressources collège sur probabilités et statistiques)*

Deux points A et B sont pris « au hasard » sur un segment de longueur 1.

Quelle est la probabilité de l’événement : «  la longueur AB est supérieure à 0,5 » ?

Exemples de situations sur l’intervalle de fluctuation de seconde

**Situation 1 :**

Au casino, sur 2500 lancers de dé, 1150 ont donné un nombre pair. Est ce qu’il y a lieu de faire une enquête pour utilisation de dé truqué ?

**Situation 2 :**

Un joueur a lancé un dé tétraédrique 200 fois et il a obtenu les résultats suivants :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| face | 1 | 2 | 3 | 4 |
| lancers | 58 | 49 | 52 | 41 |

Peut-on penser que le dé est truqué ? Argumenter la réponse.

**Situation 3 :**

En Novembre 1976 dans un comté du sud du Texas, Rodrigo Partida était condamné à huit ans de prison. Il attaqua ce jugement au motif que la désignation des jurés de ce comté était discriminante à l’égard des Américains d’origine mexicaine. Alors que 79,1% de la population de ce comté était d’origine mexicaine, sur les 870 personnes convoqués pour être jurés lors d’une certaine période de référence, il n’y eut que 339 personnes d’origine mexicaine.

Devant la Cour Suprême, un expert statisticien produit des arguments pour convaincre du bien fondé de la requête de l’accusé. En vous situant dans le rôle de cet expert, pouvez-vous décider si les Américains d’origine mexicaine sont sous-représentés dans les jurys de ce comté ?

Exercices de 1ere

## Exercice 1 : Loi d’une variable aléatoire, algorithmique, approfondissement*Source : Stage « Nouveaux programmes de Première » (Académie de Poitiers)*

Une société d’installation de panneaux photovoltaïques effectue une campagne de publicité téléphonique. Elle appelle 30 jours de suite Mr Eole à la même heure jusqu’à ce qu’il réponde au téléphone. Chaque jour, la probabilité que Mr Eole réponde est 0,3.

**Première partie**

1. A l’aide d’arbres pondérés, déterminer la probabilité que Mr Eole réponde au téléphone au bout de 5 jours ? de 10 jours ?
2. On note $X$ la variable aléatoire égale au numéro du jour où Mr Eole répond ; on conviendra que$ X$ prend la valeur 0, si après les 30 jours Mr Eole n’a toujours pas répondu.
	1. Quel est l’ensemble des valeurs que peut prendre $X$ ?
	2. Déterminer $P(X=0)$
	3. Donner $P(X=5)$, $P(X=10)$ puis $P(X=k)$ avec $k\in \{1,…,30\}$.
	4. Peut-on retrouver la valeur de $P(X=0) $?

**Deuxième partie**

Il s’agit ici en activité de construire un algorithme modélisant cette expérience qui renvoie le numéro du jour où Mr Eole répond au téléphone et qui renvoie 0 si au bout des 30 jours Mr Eole n’a pas répondu.

* Chaque élève peut tester 10 fois l’algorithme et effectuer des constats sur les valeurs qu’il retourne.
* Puis on mutualise les résultats de toute la classe et on effectue la moyenne des temps d’attente.
* On répète ainsi l’expérience afin de constater que la moyenne des temps d’attente est relativement stable.

**Troisième partie**

On note $p=0,3$ et $n=30$.

1. Montrer que $E\left(X\right)=p[1+2\left(1-p\right)+3\left(1-p\right)^{2}+…+n\left(1-p\right)^{n-1}]$.

On pose alors $q=1-p$ et on peut écrire plus simplement :

$$E\left(X\right)=p\left[1+2\left(1-p\right)+3\left(1-p\right)^{2}+…+n\left(1-p\right)^{n-1}\right]=p\sum\_{k=1}^{n}kq^{k-1}$$

1. Soit $f$ la fonction définie sur $[0;1]$ par $f\left(x\right)=1+x+…+x^{n}$.
	1. Pour tout réel $x\in ]0;1[$, écrire $f(x)$sous la forme d’un quotient.
	2. Vérifier que $f$ est dérivable sur $]0;1[$ et calculer deux expressions différentes de $f'(x)$ pour tout réel $x\in ]0;1[$.
	3. En déduire le calcul de la somme :

$$\sum\_{k=1}^{n}kq^{k-1}$$

* 1. Calculer $E(X)$ et vérifier que $E\left(X\right)=\frac{1}{p}[1-\left(1+np\right)\left(1-p\right)^{n}]$.
	2. Utiliser une calculatrice ou un tableur pour émettre une conjecture sur la limite de $E(X)$ lorsque $n$ tend vers $+\infty $.