

Le mag' 16

*Le magazine
d'information de la
mission maternelle en
Charente.*

décembre 2016

LA MISSION MATERNELLE DE LA CHARENTE.

NUMERO N° 3

Apprendre les nombres.

Les [programmes de l'école maternelle](#) de 2015 ne se limitent pas à découvrir les nombres pour construire la numération, mais font référence aussi à leur utilisation pour que la notion de nombre soit porteuse de sens. Comme le souligne [Rémi Brisssiaud](#), ils introduisent des concepts clés qui n'étaient pas présents dans les programmes de 2002 et de 2008. Selon le chercheur ces concepts-clés que sont **l'itération de l'unité, le comptage-numérotage, le comptage-dénombrément et la décomposition**, méritent d'être explicités pour être pris en compte.

Dans la forme, il est à noter que le choix d'expressions (« stabiliser la connaissance »), de certains mots (« usage ») est lourd de sens et de conséquence pour nos choix pédagogiques.

Alors, comment parler des nombres ? Et qu'est-ce qu'un nombre ?

Un nombre est un concept, une notion fondamentale qui permet

de comparer, d'évaluer des quantités, des mesures, mais aussi d'ordonner, de nommer des éléments par une numérotation. C'est la définition qu'en donne un dictionnaire.

Mais au quotidien, c'est aussi utiliser des mots écrits ou dits qui expriment, disent les quantités ou les numéros. « *Ils peuvent s'écrire de deux façons : comme les autres mots en français ou avec des signes spéciaux, les chiffres. Une quantité dite avec ces mots-là est un nombre de choses. Un nombre n'est pas une quantité, mais une idée, il permet de s'imaginer ou de se représenter une quantité. Un numéro sert à se repérer, à savoir où est quelque chose ou quelqu'un.* » [Stella Baruk](#).

Ce « numéro » vous propose un éclairage sur les concepts clés pour répondre pratiquement à la complexité de cet apprentissage.

Inspectrice de l'éducation nationale

Mme. Renaud Sandra

05.45.95.79.08

ce.preelementaire16@ac-poitiers.fr

Missions pédagogiques

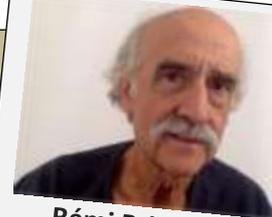
M. Quaireau Stéphane

05.45.95.79.08

cpaien.preelementaire16@ac-poitiers.fr

- 1 Le programme vu par Brisssiaud
p.2
- 2 Données scientifiques
p.3
- 3 Concepts mis en pratique
p.4
- 4 Pour aller plus loin
p.6

Le programme vu par Brissiaud



Rémi Brissiaud

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois d'exprimer des quantités (**usage cardinal**) et d'exprimer un rang ou un positionnement dans une liste (**usage ordinal**) (...)

« La notion de nombre relie de manière inextricable la représentation des quantités et l'ordre dans lequel elles sont engendrées. **On ne peut donc plus parler de prétendues "dimensions" cardinales et ordinales du nombre parce qu'elles sont indistinctes.** Le programme de 2015 utilise toujours les mots cardinal et ordinal pour qualifier des usages et non des aspects du nombre ».

La **stabilisation** de la notion de quantité, par exemple trois, est la capacité à donner, montrer, évaluer ou prendre un, deux ou trois et à **composer et décomposer** deux et trois (...).

« Il est essentiel de distinguer 2 manières de parler les nombres avec les jeunes enfants : le comptage d'un côté, l'usage de décomposition de l'autre (un, un et encore un). **Parler les nombres avec les décompositions permet d'éviter que les jeunes enfants aient, dans le même contexte, à coordonner les deux significations des mots-nombres : numéros et noms de nombres.** »

« Lorsqu'un enfant parle de 3 fourmis, le nombre 3 est suivi de la nature de l'unité (une fourmi). Cette **distinction entre "nombres de..." et "nombres"** est **très importante** parce que les compétences d'un enfant avec un nombre sans unité ne sont nécessairement les mêmes qu'avec les "nombres de..." ».

L'usage de "nombres figuraux" favorise la transition entre « nombres de... » et « nombres ». L'usage de doigts, qui ne sont ni des cubes, ni des images, ... mais des unités génériques que l'on porte toujours sur soi, donc facilement mobilisables peut favoriser cette transition. (...)

Comprendre la notion de quantité implique pour l'enfant de concevoir que **la quantité n'est pas la caractéristique d'un objet, mais d'une collection d'objets(...)**.

Les activités de **dénombrement** doivent éviter le **comptage-numérotage** et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée. (...)

« **Dénombrer** peut prendre la forme d'une stratégie de décomposition-recomposition s'appuyant sur des quantifications partielles (ex. : 2 unités, 2 là encore et encore 1, 5 unités en tout). Mais, le dénombrement peut aussi s'effectuer en prenant en compte les unités l'une après l'autre, sans répétition ni oubli, soit une énumération des unités. **Une telle procédure** accompagnée de la récitation de la suite des mots-nombres, **s'appelle un comptage**. Mais il existe différentes façons de compter. » Il convient de privilégier le **comptage-dénombrement**, soit une stratégie qui permet de signifier explicitement aux élèves que chacun des nombres désigne la quantité qui vient d'être formée.

« Il existe différentes façons de compter et l'idée qu'un dénombrement 1 à 1 d'une collection d'objets devrait s'enseigner différemment que sous la forme d'un **comptage-numérotage**, comme cela est le plus souvent fait dans les familles, est **une nouveauté importante du programme 2015**. **C'est sur l'itération de l'unité qu'il s'agit d'attirer l'attention des élèves**, car cette propriété est la porte d'entrée dans le nombre. »

L'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre. Après quatre ans, les activités de **décomposition et recomposition s'exercent sur des quantités jusqu'à dix**. (...)

Sitographie :

- [Conférence de Brissiaud](#)
- [Analyses de Brissiaud.](#)
- [Comparer le programme 2008 avec celui de 2015.](#)

« **Le processus de compréhension des nombres au-delà de 5 ne se déroule pas à l'identique des premiers nombres** du fait que le nombre 5, celui des doigts d'une main, joue un rôle crucial dans la compréhension des nombres de 6 à 10. Comme il est facile de se représenter les nombres au-delà de 5 sur les doigts, le nombre 7 peut aisément être présenté comme 5 et encore 2, et pas seulement 6 et encore 1 (...)

Quelques données scientifiques.

« La compréhension de la notion de nombre est une *construction* dont on commence à bien connaître les étapes ». ([Henri-Lehalle](#) – Université Paul Valéry- Montpellier & Laboratoire Chart – EPHE et Paris 8).

« Améliorer la compréhension de la notion de nombre ne veut pas dire accélérer à tout prix un développement qui doit prendre son temps. »

Repères d'étapes (Lehalle) :

Le nombre chez les bébés :

– Les bébés réagissent à des différences de numérosité (sur un mode approximatif et perceptif)

– Ils repèrent et mémorisent les objets un à un (on observe donc des réactions de surprise quand des objets disparaissent...)

• **Le nombre sémiotique (à partir de 2-3 ans)**

– Représentation de quantités par des signes (pas seulement le langage)

– Inférences sémiotiques par associations simples

• **Le nombre opératoire (à partir de 6-7 ans)**

– Inférences logiques fondées sur l'itération

– La notion de nombre intègre à ce niveau les aspects de sériation (ordination) et de classification (cardinalité)

• **Le nombre réfléchi (à partir de 10-12 ans)**

– Formulation de lois numériques générales de plus en plus complexes (par exemple : « la périodicité des multiples de n est n »)

« Peut-on et comment améliorer la compréhension de la notion de nombre (entier) par les enfants d'école maternelle ? »

La période de développement qui va de 2-3 ans à 6-7 ans est cruciale pour les acquisitions numériques.

– *En effet, si le niveau opératoire est attesté vers 7 ans, il n'apparaît pas comme par miracle sans relation avec ce qui précède.*

– *C'est donc la **construction opératoire** qui est en jeu à la période de l'école maternelle.*

• À cette période, les fonctionnements sont au départ des représentations simplement « sémiotiques » :

– *désigner, associer, reproduire des modèles empiriques (comme pour les premiers « comptages »).*

• Par la suite, les opérations numériques sont une régulation des représentations numériques :

– *inférences logiques, réversibilité, etc.*

[\(Extrait de la conférence de consensus Cnesco\)](#)

Quelques données et analyses extraites de la conférence de consensus du Cnesco.

• **Rôle reconnu du subitizing** (évaluation perceptive immédiate d'une quantité à l'unité près) dans l'acquisition des premiers mots-nombres (Benoit, Lehalle & Jouen, 2004) : le subitizing permet de considérer simultanément chaque élément et le tout (cardinalité). Lorsqu'on parle de 3 unités comme limite supérieure du subitizing, il faut comprendre que chacune d'elles peut être une « grande unité » composée elle-même de 1,2 ou 3 unités élémentaires.

• **Importance des représentations analogiques** (représenter par exemple des quantités par des collections de points) : à 4 ans, les signes écrits (1, 2, 3, ...) peuvent être reliés aux représentations analogiques avant d'être reliés aux mots-nombres correspondants (Benoit, Lehalle, Molina, Tijus & Jouen, 2013).

• **Vers 4 ans et demi, l'unité de comptage peut devenir abstraite : compter des regroupements d'objets et non plus simplement des objets physiques** (Shiple & Shepperson, 1990 ; Sophian & Kailiwiwa, 1998) : Si on présente 3 dinosaures, 5 vaches et 3 chevaux et que l'on demande à l'enfant combien il y a de « familles » (après un accord préalable sur le sens de ce terme), les très jeunes enfants s'embarquent dans un comptage des animaux un à un... mais il y en a « trop beaucoup ! ». À partir de 4 ans et demi (tous à 5 ans), ils disent immédiatement qu'il y a trois familles...

• **L'arithmétisation des nombres est progressive et suit la suite des nombres** (Gréco, 1960, 1963 ; Sarnecka & Carey, 2008).

Voir aussi :

- [Michel Fayol.](#)
- [Cnesco](#)
- [Nombre à compter et à raconter](#)
- [Michele Mazeau](#)
- [Rue des écoles : apprendre à compter.\(Calmelet et Chesné\)](#)

Concepts-clés en pratique.

Les décompositions :

« Parler des nombres à l'aide de leur décomposition » (attendu en fin de maternelle).

En petite section :

« Comprendre les 3 premiers nombres pourrait être un objectif pour les petits » (Brissiaud), ce qui n'est pas simple, car cela suppose par exemple de savoir ce qui reste quand on retire un objet à la collection de 3.

Pour y arriver, il faut multiplier les situations de décomposition en variant les types d'objets pour varier aussi les féminins et masculins : « une voiture et encore une, un crayon et encore un ». On les accompagne de collections témoins (gestuelles, graphiques). Quand on utilise les doigts, on varie les représentations.



Voir la vidéo de m@gistère

La décomposition s'appuie sur le langage : « donne-moi deux voitures ; comme ça, une et encore une » en montrant deux doigts. Si le subitizing (possibilité de traiter 3 unités d'un seul focus de l'attention) facilite la découverte du nombre 3, il faut pour autant rester attentif aux décompositions, y compris pour les constellations d'un dé. (« c'est trois » parce que deux points et encore un au milieu - ou un, point, un et encore un)



[1.2.3...Construire le nombre en petite section.](#)

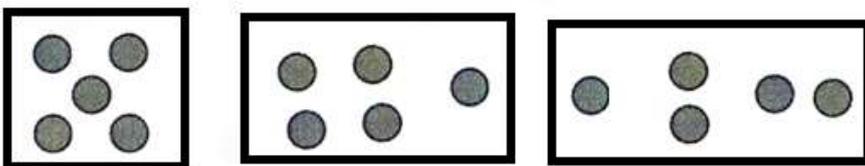
Module M@gistère accessible à tous. (auto-formation) :

nombreuses vidéos commentées.

En moyenne section :

On se fixe comme objectif les 5 premiers nombres (soit l'objectif attendu pour les élèves japonais de GS). « Il ne s'agit donc pas d'un objectif au rabais » (Brissiaud).

Le nombre de décompositions pour maîtriser les 5 premiers nombres s'élève à 10. Il faut donc poursuivre la démarche mise en place en ps en s'appuyant sur le subitizing et sur des représentations variées. Le nombre 5 ne se décompose pas uniquement en 2 unités (4 et encore 1, cf. le Halli Gali), mais aussi sous la forme de 2 points, 2 autres points et encore 1.



Ces décompositions évitent que le mot « cinq » soit uniquement associé à la X du dé.



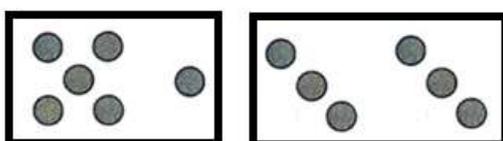
Jeu du Halli Gali.



[ac-versailles](#) (des situations)

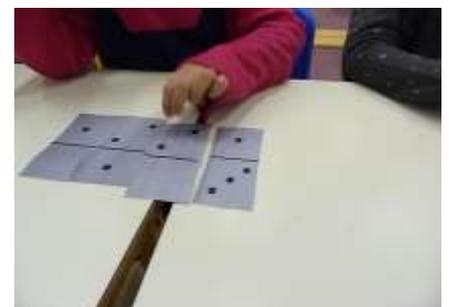
En grande section :

Les décompositions possibles pour « les 10 premiers nombres » sont au nombre de 45. Il convient donc d'en privilégier. 3 familles de décompositions à retenir : celles qui sont en rapport avec l'itération (+1), celles qui s'appuient sur les nombres pairs et impairs en double, celles qui s'appuient sur le système des constellations (5+n).



itération de l'unité (n+1)
repère 5 + n double 3 + 3

On peut toujours s'appuyer sur le subitizing Pour l'exemple ci-dessus, on aurait : $6 = 2+2+2$. (3 unités avec les doubles).



Situations des dominos menés l'année dernière dans le secteur de Jarnac. Jeu de recherche pour composer le nombre 5 en alignant les points. Ici, les joueurs experts jouaient avec 4 dominos. La situation proposait aussi de créer ou de commander le domino manquant à une série. (cf. GAM16-IA16)

compter/dénombrer :

« Éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée. »

En petite section :

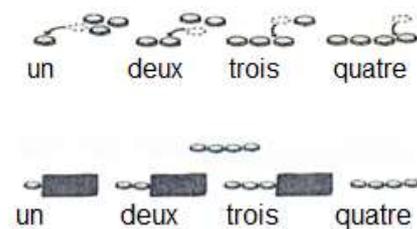
Les enfants en PS comprennent mal le comptage, car ils attribuent des mots (un, deux, ...) aux objets pointés sans acquérir la signification du mot-nombre qui exprime la totalité des objets...une conception plus proche du numéro. Cette pratique qui avait été retenue tend à ne plus être retenue aujourd'hui (voir, Michel Fayol ou [article](#) des cahiers pédagogiques).

Avec des petits, on privilégiera la réalisation d'une collection témoin de doigts et si possible de dire le nom du nombre. On pourra aussi faire trouver des collections où il y a un, deux ou trois objets. La décomposition servira d'appui à la validation. Par exemple, coller 3 gommettes c'est en coller une (sur mon doigt), encore une (sur un autre doigt) et une (sur un autre doigt). La collection témoin de trois est réalisée sur la main puis transférée sur le support.

En parallèle, on travaillera la comptine-numérique pour développer la mémorisation de la suite, repérer les nombres qui sont avant et après et prendre conscience du lien entre l'augmentation ou la diminution d'un élément d'une collection.

En moyenne section :

On peut commencer le comptage-dénombrement en guidant l'élève afin d'assurer la compréhension. Ce guidage peut s'effectuer de différentes façons.



Le comptage-dénombrement est une stratégie de composition-décomposition. Pour qu'il soit « mieux porté par le langage », il convient d'être explicite.

Par exemple : « 1 jeton - 1 jeton, et encore 1, 2 jetons – 2 jetons et encore 1, 3 jetons, ... ».

Par la suite, on pourra proposer l'itération directement sur les nombres (1 - 1 et encore 1, 2 - 2 et encore 1, 3 - ...).

En ce qui concerne les collections non déplaçables, on peut utiliser le système du cache. Toutefois, il convient de l'utiliser avec des enfants qui ont bien compris les 3 premiers nombres (déplacement implicite de l'objet). On s'appuie sur le subitizing ou si nécessaire on coordonne le déplacement du cache avec la formulation décrite ci-dessus.(cf.1 et encore 1, 2points)



44 films sur [canopé de Créteil](#) ou voir le module [M@gistère \(les premières vidéos\)](#).

Voir le [catalogue des comptines](#) pour dénombrer, décomposer, résoudre des problèmes en petite section.



Un moyen de [questionner nos pratiques](#)



Vidéos sur [ac-versailles](#). (de la TPS à la MS)



En GS.



Défi du poulailler secteur de Jarnac.

Les 5 principes de Gelman (1983) qui régissent le comptage

1. **Principe de correspondance terme à terme** (à chaque unité on fait correspondre un mot-nombre)
2. **Principe de suite stable** (les mots nombres doivent toujours être récités dans le même ordre)
3. **Principe cardinal** (le dernier mot nombre prononcé se réfère à l'ensemble)
4. **Principe de l'indifférence de l'ordre** (les unités peuvent être comptées dans n'importe quel ordre)
5. **Principe d'abstraction** (toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble)

Pour compter les enfants doivent mettre en œuvre tous les principes simultanément, de façon coordonnée, c'est donc par surcharge que des erreurs sont commises.

Pour aller plus loin

L'oral des nombres : les comptines numériques

Les comptines numériques témoignent d'une tradition orale d'appropriation culturelle du nombre. Le texte « Premières compétences pour accéder au dénombrement » de Fabien et Fabienne Emprin paru dans le document « Le nombre au cycle 2 » ressources pour la classe du scérén, précise p. 32 que la suite des mots-nombres s'opère en partie par l'intermédiaire des comptines numériques.

La mission mathématique 972 propose [un corpus de comptines à télécharger](#). Pour chaque nombre, elles sont organisées selon une typologie s'appuyant sur les différents aspects du nombre mis en jeu.

- Mise en jeu de l'aspect cardinal
- Mise en jeu du comptage
- Mise en jeu du comptage associé à la cardinalité
- Mise en jeu de l'aspect ordinal simple
- Mise en jeu de l'aspect ordinal associé à la cardinalité
- Mise en jeu de la suite orale continue ou segmentée
- Mise en jeu de la suite orale à l'envers
- Mise en jeu du « calcul »

Suivant les comptines, l'accent de la mise en scène s'appuiera plus ou moins sur la vue, le mouvement, le kinesthésique, la parole, les sons, la mise en rythme, etc. Cela devra relever d'un choix stratégique de la part de l'enseignant.

Dans le cadre d'un projet pour lutter contre la difficulté scolaire, [la 4^e circonscription de Val de Marne](#) (94) propose un autre classement des comptines :

- Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus
- Mémoriser la suite des nombres jusqu'à...
- Résoudre des problèmes numériques
- Comparer des quantités

Apprendre/Abstraire/Relier

Henri Lehalle

Université Paul Valéry – Montpellier & Laboratoire CHArt – EPHE et Paris 8

[Peut-on et comment améliorer la compréhension de la notion de nombre \(entier\) par les enfants d'école maternelle ?](#)

Valoriser les exercices, entraînements, activités qui visent à :

• **Apprendre : apprendre c'est étendre ses connaissances à un même niveau de développement** (donc à un même niveau cognitif de fonctionnement)

– Au niveau sémiotique, il y a un apprentissage nécessaire (mais progressif) des codes numériques ; en effet, pour relier opératoirement des signes, encore faut-il disposer de signes...

• **Abstraire : c'est-à-dire aller à l'essentiel et repérer des analogies**, ainsi :

La notion de nombre impose :

- de s'abstraire des critères de quantification spatialisés,
- de compter des unités abstraites, pas seulement des objets
- de reconnaître l'équivalence de procédures (par exemple compter dans un sens ou compter dans un autre...), etc.

• **Relier : relier des codes, des procédures**, etc. ; relier par exemple :

- le comptage au subitizing (Vilette, Delrieu & Lehalle, 2008),
- les mots-nombres aux signes écrits,
- les signes arbitraires aux signes analogiques (comme les doigts de la main...),
- l'ordinalité et la cardinalité,
- les nombreuses manières d'obtenir une même somme (logique ensembliste, Fuson 1991).

Classements mondiaux : pourquoi l'Asie toujours sur le podium ?

Vers la fin du CP, dans 31 % des cas, les enfants nord-américains utilisent le groupement de 10 au cours de l'un au moins des deux essais. Chez les enfants asiatiques (japonais et coréens), ce pourcentage est de 91 %.

[Un article sur l'enseignement des mathématiques](#) en Asie de l'Est par Anne MICHEL-PAJUS IREM PARIS7