Calcul mental, techniques opératoires et résolution de problèmes, entre sens et technique

Denis BUTLEN

Professeur des universités, Université de Cergy-Pontoise, IUFM, LDAR Université Denis-Diderot

PLAN

- I. Introduction
- II. Les enjeux du calcul mental, le paradoxe de l ’automatisme
- III. Calcul mental et résolution de problèmes
- IV. Calcul mental et élèves en difficulté issus de milieux populaires : des cheminement cognitifs différents
- V. Conclusion

I. Introduction

Questions de recherche et questions d'enseignement

Deux préoccupations majeures

- Deux questions fédèrent mes recherches
- Une première préoccupation plutôt sociale : l'enseignement aux élèves en difficultés issus de milieux populaire
  - Diagnostic des difficultés spécifiques
  - intervenir le processus scolaire de (re)production des inégalités sociales (dans le domaine de l'enseignement des mathématiques)
  - Assurer des apprentissages pour le plus grand nombre

I.1. Élèves en difficulté

- Des recherches menées en collaboration avec Monique Pézard
- Les difficultés rencontrées par les élèves issus de milieux défavorisés : une question qui fédère l 'ensemble de mes recherches
  - diagnostic et conditions de dépassement
  - pré-requis et cheminements cognitifs adaptés (étapes dans le processus de conceptualisation)
  - relation entre construction du sens et maîtrise des techniques opératoires

I.2. Éléments bibliographiques

- Des ouvrages de référence
  - BOULE F., (1997), *Performances et démarches de calcul mental au cycle III. Éléments pour une pédagogie du calcul mental*, Thèse de doctorat, Villeneuve d'Asq, Presses universitaires du Septentrion
  - BUTLEN D. (2007) *Le calcul mental, entre sens et technique*, Presses universitaires de Franche Comté, Besançon
  - BUTLEN D. PEZARD M., (2007) Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté, *Grand N,* n° 79, 3-32, IREM de Grenoble, université Joseph Fourrier, Grenoble 1
  - BUTLEN D. PEZARD M. et al, (2000) le rôle du calcul mental dans la connaissance des nombres, des opérations et dans la résolution de problèmes, Repères-IREM n°41, Topiques éditions
- Des exemples de progressions
  - LETHIELLEUX C., (1992), *Calcul mental,* volumes 1 et 2, Paris, Armand Colin
  - PELTIER M.L. : *Calcul mental*, collection Mosaïques, Hatier, Paris

II. Les enjeux du calcul mental, le paradoxe de l ’automatisme

Du diagnostic au traitement des pré-requis, le paradoxe de l’automatisme

Du diagnostic à un premier traitement des difficultés

- Une manière de poser le problème
- Un diagnostic (daté historiquement)
- Deux dynamiques et un le paradoxe
- Des exemples d'activités préparatoires, un travail sur les pré-requis

II.1. Une manière de poser le problème

Calcul de 32 x 25

Calcul de 32 x 25

- Des procédures diverses, une mobilisation qui dépend de la disponibilité des connaissances numériques des élèves :
  - Calcul de la multiplication « posée dans la tête »
  - Procédure canonique : utilisant la distributivité « simple »
    - 32 x 25 = 32 x 20 + 32 x 5 = 640 + 160 = 800
    - 32 x 25 = 30 x 25 + 2 x 25 = 750 + 50 = 800
  - calcul utilisant la distributivité complexe
    - 32 x 25 = 30 x 20 + 30 x 5 + 2 x 20 + 2 x 5 = 600 + 150 + 40 +10 = 800
  - calcul utilisant des décompositions multiplicatives :
    - 32 x 25 = 8 x 4 x 25 = 8 x 100 = 800
    - 32 x 25 = 32 x 100 : 4 = 3200 : 4 = 800

Nombres et opérations

- Le concept de nombre se construit en interactions avec
  - la maîtrise des techniques de calcul
  - la construction des algorithmes opératoires
- Le calcul mental est un moment privilégié pour développer les connaissances numériques des élèves

Connaissance des nombres

- L 'algorithme écrit prend essentiellement en compte les chiffres
-     32
- x 25
-
- Par contre, le choix de la procédure adaptée au calcul mental nécessite de prendre en compte les propriétés des nombres en lien avec celles des opérations

II.2. Quelques constats

Un diagnostic historiquement daté

calcul de somme et différences, évolution des procédures

- Une typologie des procédures qui révèlent
  - des connaissances peu disponibles sur les décompositions sur les nombres (notamment soustractives) et sur les propriétés des opérations
  - des faits numériques peu disponibles
  - Des compétences visant à combler des manques qui se développent chez certains élèves

calcul de produit, évolution des procédures

- Une hiérarchie de procédures
  - Addition réitérée
  - algorithme posé dans la tête
  - distributivité simple
  - mobilisation de décompositions soustractives
  - mobilisation de décompositions multiplicatives
- Des connaissances peu disponibles

II.3. Deux dynamiques

le paradoxe de l 'automatisme

Construction du sens des opérations, connaissances sur les nombres et maîtrise des techniques opératoires : des développements imbriqués

- Une dynamique positive : Des pré-requis sur les nombres et les opérations → des connaissances disponibles —> mobilisation de procédures adaptées —> exploration des nombres et des propriétés —> des connaissances plus riches,plus disponibles —> une plus grande adaptabilité
- Une dynamique négative : un manque de pré-requis sur les nombres et les opérations —> des connaissances peu disponibles —> mobilisation de procédures sûres (automatisées) mais peu économiques —> peu ou pas d'exploration des nombres et des propriétés —> un déficit de connaissances disponibles —> une plus faible adaptabilité

Le paradoxe de l ’automatisme

- Une installation suffisante de
  - faits numériques mémorisés
  - de modules élémentaires de calcul

permet aux élèves d e mobiliser des procédures plus adaptées, plus économiques et d ’échapper à l ’automatisme

- Pour cela, il est nécessaire :
  - de faire appel à la mémoire
  - d ’institutionnaliser à la fois la procédure et son domaine d ’efficacité

II. 4. Des activités préparatoires

Une intervention sur les pré-requis

Multiplication, division

- Recherches de multiples et diviseurs
  - *Multiples* : 48 est-il multiple de 6 ? 54 est-il multiples de 9 ?
  - *Diviseurs* : 6 est-il un diviseur de 42 ? 3 divise-t-il 63 ?
- Quotients entiers
  - 42 divisé par 6 ?
  - Quel est le quotient de 42 par 6 ?
  - 42 : 6 56 : 8 49 : 7

Multiplication, division

- Décompositions multiplicatives
  - *Écris sous la forme d'un produit* : 30 48 24 12
  - *Trouver des décompositions multiplicatives d'un nombre égal à une puissance de 2* : 32 64 128
- Jeu du télégramme
- Multiplications, divisions par 10^n, " la règle des zéros "
- Diviser un nombre par 10, 100 , 1000, 10^n
- Multiplier par 5, diviser par 5 ; multiplier, diviser par 50
- Multiplier et diviser par 25

III. Calcul mental et résolution de problèmes

Sens des opérations et maîtrise de techniques de calcul

Sens et techniques

- Un accès au sens par le biais de techniques
- Une première expérimentation : calcul mental et résolution de problèmes numériques (standard)
- résolution mentale de problèmes
- Un jeu sur les nombres
  - le problème de l 'autobus
  - du simple au compliqué

III.1. Un accès au sens par le biais de techniques

Maîtrise de techniques de calcul mental et reconnaissance des opérations

Réinvestissement et automatisation

- Le développement de l 'adaptabilité des élèves (manifestée lors des calculs) peut être réinvesti lors de la résolution de problèmes numériques
- une pratique régulière de calcul mental accélère le processus d 'automatisation de la reconnaissance des opérations intervenant dans la résolution des problèmes

III.2. Une première expérimentation

Résolution de problèmes standard

Des séances de calcul mental de deux types

- Des séances courtes et quotidiennes ayant deux objectifs :
  - entraîner au calcul (mémorisation, automatisation)
  - accroître les performances
- Des séances plus longues visant à enrichir l 'espace des procédures
  - explicitation de procédures
  - comparaison de procédures
  - institutionnalisations « souples »

Données numériques / Opérations	2 données	3 données	une donnée inutile
Addition	état final *n°4* état initial *n°5*	état final *n°12* composée de transformations *n°16*	réunion *n°10* état initial *n°3*
Soustraction	complément *n°15* état initial *n°19*	état final *n°6* composée de transformations *n°7*	Distance *n°1* composée de transformations *n°21*
Multiplication	addition réitérée *n°1* Aire *n°8*	addition réitérée *n°20* Volume *n°13*	addition réitérée *n°2* Produit cartésien *n°24*
Division	Répartition (reste nul) *n°17* multiplication inverse (aire) *n°22*	répartition (avec reste) *n°9* division avec reste *n°14*	division (reste nul) *n°23* multiplication inverse *n°18*

Problèmes d'addition (énoncés)

- Problème 3 : (+,di, c) : Marie fête son anniversaire le 22 septembre : elle a 11 ans. Elle dit à sa maman : "j'ai exactement 32 ans de moins que toi !". Quel est l'âge de Maman ?
- Problème 4 : (+,2,s) : Hier, j'ai lu jusqu'à la page 134 de mon livre ; aujourd'hui, j'ai lu 27 pages ; à quelle page en suis-je maintenant ?
- Problème 5 : (+,2,c) : Pierre a perdu 15 billes à la récréation ; il lui en reste 20 ; combien avait-il de billes avant ?
- Problème 10 : (+,di, s) : Dans une ville, il y a 3 écoles ; dans la première, on compte 150 élèves ; dans la seconde, 58 élèves ; dans la troisième, 70 élèves ; combien y a-t-il d'élèves dans cette ville ?
- Problème 12 : (+,3,s) : Dans un autobus, il y a 36 personnes ; au premier arrêt, 3 personnes montent ; au second arrêt, 12 personnes montent ; combien y a-t-il de personnes dans l'autobus quand il repart ?
- Problème 16 : (+,3,c) : Au premier arrêt d'un autobus, 10 personnes montent ; au second arrêt, 3 personnes montent ; au troisième arrêt, 8 personnes montent ; y a-t-il des personnes en plus ou en moins dans l'autobus quand il repart après le troisième arrêt ? Combien en plus ou en moins ?

Problèmes de soustraction (énoncés)

- Problème 6 : (-,3,s) : Dans un autobus, il y a 38 personnes ; au premier arrêt, 8 personnes descendent ; au second arrêt, 6 personnes descendent ; combien y a-t-il de personnes dans l'autobus quand il repart ?
- Problème 7 : (-,3,c) : Au premier arrêt d'un autobus, 12 personnes montent ; au second arrêt, 4 personnes descendent ; au troisième arrêt, 5 personnes descendent ; y a-t-il plus ou moins de voyageurs dans l'autobus quand il repart ? Combien en plus ou en moins ?
- Problème 11 : (-,di, s) : Jean part de Paris, doit passer par Melun et être à Fontainebleau à 10 heures ; la distance Paris-Fontainebleau est de 65 km et il y a 15 km de Melun à Fontainebleau ; quelle est la distance entre Paris et Melun ?
- Problème 15 : (-,2,s) : Dans un parking, il y a 100 places ; ce matin, 67 places sont occupées, combien reste-t-il de places libres ?
- Problème 19 : (-, 2, c) : J'ai maintenant 200 F dans ma tirelire ; on vient de me donner 50 F en cadeau ; combien avais-je avant ?
- Problème 21 : (-, di, c) : La distance entre chaque arrêt d'un autobus est d'environ 1500m ; au premier arrêt, 10 personnes montent ; au second arrêt, 3 personnes descendent ; au troisième arrêt, 5 personnes montent ; y a-t-il plus ou moins de voyageurs dans l'autobus quand il repart après ce troisième arrêt ? Combien en plus ou en moins ?

Problèmes de multiplication (énoncés)

- Problème 1 : (x, 2,s) : Pour réaliser un pull, Sylvie achète 18 pelotes de laine à 20 F la pelote ; calcule le montant de la dépense.
- Problème 2 : (x, di, s) : Une famille de 3 personnes séjourne pendant 6 jours à la résidence "des 3 îles" ; le tarif journalier de la pension est de 200 F par personne ; calcule le montant de la dépense.
- Problème 8 : (x,2,c) : Un quadrillage rectangulaire comporte 34 carreaux sur la longueur et 20 carreaux sur la largeur ; combien ce quadrillage a-t-il de carreaux ?
- Problème 13 : (x,3,c) : Dans une boîte, on dispose 5 morceaux de sucre sur la longueur, 3 morceaux sur la largeur et 4 morceaux sur la hauteur ; combien de morceaux de sucre y a-t-il dans la boîte ?
- Problème 20 : (x, 3, s) : Une famille de trois personnes part à la montagne pendant 6 jours ; le tarif journalier de la pension est de 200 F par personne ; quel est le montant de la dépense ?
- Problème 24 : (x, di , c) : Un restaurant propose un menu du jour à 70 F ; il y a 4 choix possibles pour l'entrée, 3 choix possibles pour le plat principal et 2 choix possibles pour le dessert ; combien de menus différents peut-on constituer ?

Problèmes de division (énoncés)

- Problème 9 : (division avec reste, s) : On doit répartir 50 pommes dans des corbeilles de 8 pommes chacune ; combien peut-on remplir de corbeilles ? Combien reste-t-il de pommes ?
- Problème 14 : (division avec reste, c) : Avec ses bottes de sept lieux, le petit Poucet se déplace de ville en ville ; il fait des pas de 8 km ; s'il parcourt 50 km, combien de pas va-t-il faire ?
- Problème 17 : (:, 2, s) : On répartit 126 œufs dans des boîtes de 6 ; combien de boîtes peut-on remplir ?
- Problème 18 : (:, di, c) : Pour Noël, Jean, qui dispose de 250 F, a décidé d'offrir le même livre à ses 4 amis ; il paye 208 F ; quel est le prix d'un livre ?
- Problème 22 : (:, 2, c) : Un quadrillage rectangulaire comporte 168 carreaux en tout ; il y a 4 carreaux sur la largeur ; combien y a-t-il de carreaux sur la longueur ?
- Problème 23 : (:, di, s) : Un rallye cycliste comporte 105 km ; le départ est à 7 heures le matin ; les relais sont distants de 5 km ; chaque participant doit pointer au départ, à chaque relais, et à l'arrivée ; combien de fois doit-il pointer ?

Des résultats

- Les élèves entraînés au calcul mental font moins d ’erreurs dans le choix de l ’opération quand le problème est un peu familier mais pas trop
- Le processus de reconnaissance de l ’opération est accéléré
- Sous certaines conditions (adaptabilité et automatisation), la technique est « créatrice de sens »

Les limites des ces premiers résultats

- Les élèves les plus en difficulté ne bénéficient pas suffisamment de cette dynamique
- Source d ’apprentissage pour les autres, l ’automatisation devient pour eux une source de difficulté
- L’adaptabilité nécessite de comprendre les enjeux des situations
- des généralisations et des décontextualisations, au lieu d’être favorisées, sont limitées, voire interdites par trop d ’automatisme

III.3.Un jeu sur les nombres

Gestion de l 'aide et gestion de la complexité

Un premier exemple : le problème de l 'autobus

Le cercle vicieux de l 'aide

- Comment aider l 'élève à résoudre un problème sans le résoudre à sa place ?
- Jusqu 'où gérer la complexité à la place de l 'élève
- Un premier exemple : le problème de l 'autobus

Le problème de l 'autobus

- L 'énoncé :

  Dans un autobus, il y a n voyageurs, à un arrêt, a voyageurs montent et b descendent. Combien y-a-t-il de voyageurs dans l 'autobus quand il repart ?

- Les variables :
  - Les termes « montent » et « descendent » peuvent être permutés
  - a peut être supérieur à b
  - etc.

Une analyse a priori

- Deux procédures de résolution :
  - une procédure plus « primitive » :

    n’ = n + a

    n’’ = n’ - b
  - une procédure plus « experte » :

    n’ = n + (a-b)
- Des passages « à la dizaine » :

  35 + 7 - 5 = 42 - 5 = 37
- Un objectif : assurer la mobilisation des deux types de procédures selon les nombres en jeu

Un scénario possible

- Résolution mentale : quatre exercices par jour
- un premier domaine numérique :

  $20 < n < 40$; $|a| < 10$; $|b| < 10$; $|a-b| < 10$

  jouer sur les variables du problèmes (ordre de montée/descente ; passage à la dizaine)

  faire expliciter les procédures

  assurer une réussite d 'au moins 80% des élèves
- un deuxième domaine numérique :

  $30 < n < 50$; $10 < |a| < 20$; $10 < |b| < 20$ et $|a-b| < 10$

  faire expliciter les procédures

  introduire un codage de la composition

  des transformations du type :

$$\overset{-4}{\overrightarrow{\hspace{6em}}}$$
$$35 \xrightarrow{+15} \quad \xrightarrow{-19} 31$$

III.V. Un jeu sur les nombres

Gestion de l 'aide et de la complexité

Un deuxième exemple : trois nombres consécutifs

Trois nombres qui se suivent

- L ’énoncé :

  Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 108

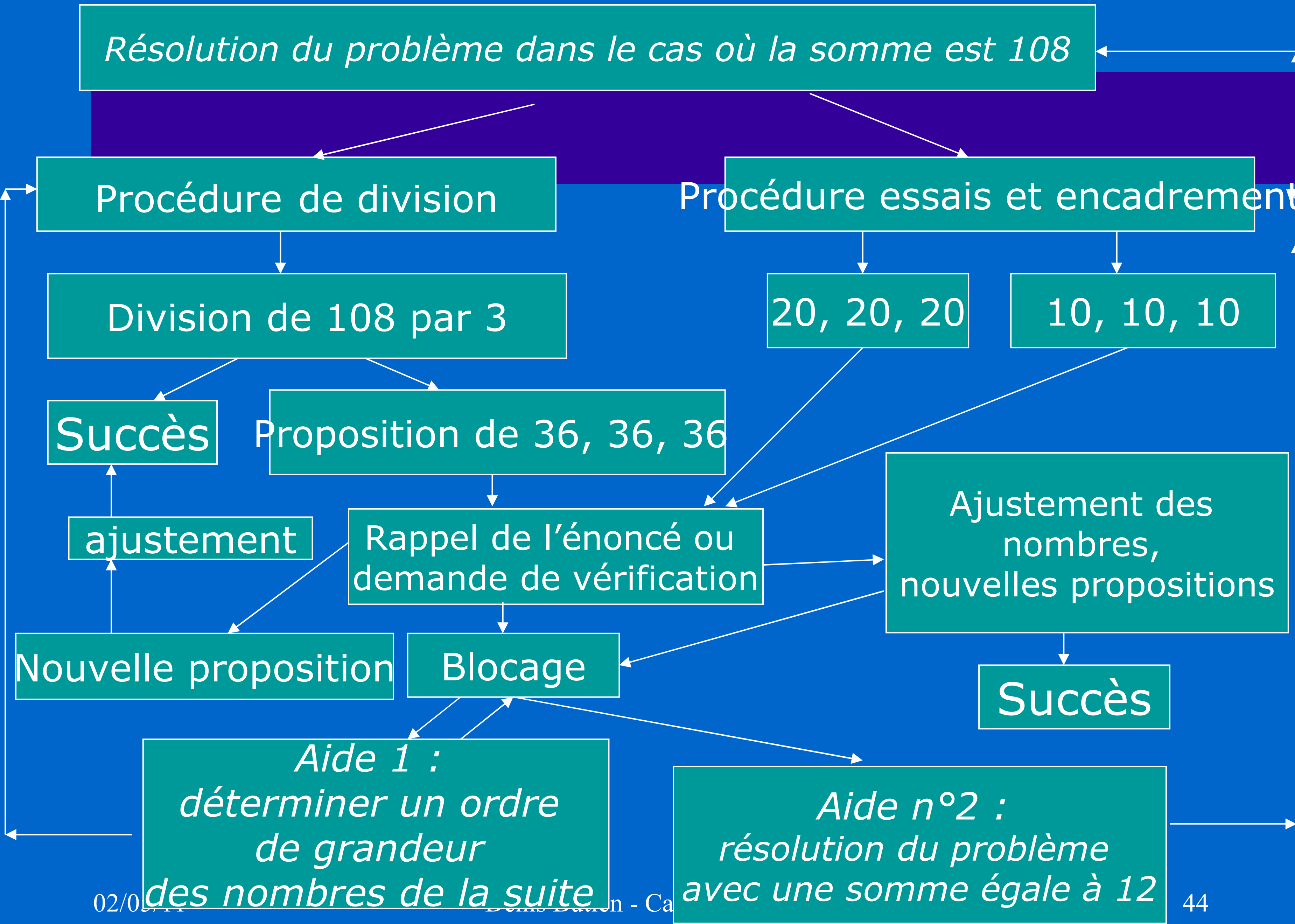
- Procédure experte de mise en équation non accessible à l’école primaire
  - $(n-1)+n+(n+1)=108$
  - $3n=108$; $n=108/3=36$
  - Solution : 35, 36, 37

Les procédures attendues

- 3 types d'élèves : les « secs », les « diviseurs » et ceux qui font des essais
  - Les « diviseurs » divisent par 3, trouvent 36, peuvent proposer 36, 36, 36 en oubliant l'énoncé ou bien 36, 37, 38. Ils réajustent ensuite en faisant la somme
  - Ils peuvent aussi diviser par 2 ; ils trouvent alors 54 et proposent 54, 55, 56. Ils ne savent plus alors comment continuer. Certains font des essais, d'autres divisent encore par 2 pour trouver 27. Ils calculent 27+28+29 et arrivent alors à la solution par essais successifs.
  - Ceux qui font des essais partent de 20, 21, 22 ou de 30, 31, 32 et se rapprochent progressivement de la solution.
  - Mais ceux qui partent de 11, 12, 13 n'y arrivent pas. C'est trop long. On peut alors proposer une simplification des nombres : Trouver 3 nombres consécutifs dont la somme est 12

Un scénario

- Il faut ensuite reposer le problème avec 108.
- La progression à suivre est donc du type : compliqué (exploration de procédures- blocage) – simplification (ici des valeurs numériques)- compliqué
- Ce schéma peut servir à la résolution de problèmes complexes.



Résolution du problème dans le cas où la somme est 108
Procédure de division
Procédure essais et encadrement
Division de 108 par 3
20, 20, 20
10, 10, 10
Succès
Proposition de 36, 36, 36
ajustement
Rappel de l'énoncé ou demande de vérification
Ajustement des nombres, nouvelles propositions
Nouvelle proposition
Blocage
Succès
Aide 1 : déterminer un ordre de grandeur des nombres de la suite
Aide n°2 : résolution du problème avec une somme égale à 12

IV. Calcul mental et élèves en difficulté issus de milieux populaires : des cheminement cognitifs différents

Un nouveau dispositif

Les bilans de savoirs

Une nouvelle expérimentation

- Des emprunts à la sociolinguistique, le recours à l 'écrit (Bautier, Lahire)
- Trois leviers :
  - Un entraînement régulier au calcul mental
  - L 'explicitation orale de méthodes (par le professeur)
  - Des bilans régulier de savoirs
    - s 'appuyant sur des textes rédigés collectivement et soumis au débat
    - visant la constitution d 'une mémoire collective de la classe

Des exemples d’activités

6eme et 5eme

6ème

- Il s'agissait notamment de reprendre les activités exposées ci-dessus en étendant le domaine numérique fréquenté. Citons notamment :
- 1. Compter, décompter
- Compter de 0,3 en 0,3 à partir de 7,2 ;
- Décompter de 0,3 en 0,3 à partir de 7,2.
- 2. Ordre de grandeur
- Donner une valeur approchée de 0,195 4,11 ; de 0,29 40,4 ;
- Le quotient de la division 9675 par 43 est-il de l'ordre de 2, 20 ou 200 ?
- Ordre de grandeur de 21,739, à l'unité près.
- Des deux fractions 5/7 et 7/5, laquelle est plus petite que 1 ?

6ème

- <u>3. Opérations mentales</u>
- 407,8 - 100 407,8 - 10 407,8 - 0,1 407,8 - 1/100
- <u>4. Calcul rapide sur les fractions</u>
- 1/93/5 2/73/4 23,5 + 4/100 ...
- *Donner quatre écritures différentes de* 35/8 *en utilisant les signes +, -, .*
- <u>5. Problèmes à résoudre mentalement</u>
- *J'achète* 48 *bonbons à* 0,80 F *l'un. J'ai* 24 F. *Ai-je assez ? J'ai* 50 F. *Ai-je assez ?*
- *J'ai* 18F *dans mon porte-monnaie, combien au maximum puis-je acheter de sucettes coûtant* 1,50 F *l'une ?*
- *Deux groupes montent dans un car. Il y a* 30 *personnes dans le premier groupe, le nombre de personnes du deuxième groupe est égal au* 2/3 *de celui du premier. Combien de personnes sont montées ?*
- *On sait que deux élèves sur trois ont plus de* 12 *au contrôle. Donner trois exemples de classes, en indiquant pour chacune le nombre total d'élèves et le nombre d'élèves ayant eu plus de* 12 *au contrôle.*

5ème

- De même, certaines des activités précédentes sont reprises dans le cadre du domaine numérique fréquenté en 5e. Citons par exemple :
- <u>1. Ordre de grandeur d'un résultat</u>
- 7310,2 4731,4 + 5036 1000,3 - 218
- <u>2. Priorité des opérations, énoncé de problème</u>
- - *Effectue* 200 + 430
- - *Invente un problème qui se résout par ce calcul.*
-

5ème

- <u>3. Travail sur les fractions</u>
- \- Ecris sous forme d'un entier le plus grand possible plus une fraction : 3/2 14/3
- \- Donne une autre écriture fractionnaire de : 4/6 7/3
- \- Ecris en ordre croissant : 4/5 2/5 7/4 7/5
- \- Ecris une fraction égale à : 0,25 1,2
- \- Ecris si possible un nombre décimal égal, sinon la valeur approchée à 0,01 près de :
- 3/2 3/4 2/3
- \- Effectue :
- 3/7 + 5/7 1 - 7/9 2 + 3/5
- 67/3 2/54/5 2/73/4
- <u>4. Problèmes à résoudre mentalement</u>
- *Julien a eu 30 sur 40 au premier devoir et 20 sur 30 au deuxième. Quelle est la meilleure note ?*
- *Huit garçons et quatre filles mangent chacun un petit pain au chocolat à 2,50 F. pièce. Combien les enfants ont-ils dépensé en tout ?*
- *Un rectangle a une longueur de 8 cm et une largeur de 6 cm, un autre rectangle a une longueur de 17 cm et une largeur de 15 cm. Leurs côtés sont-ils proportionnels ?*
- *Un pull valait 200 F. Combien vaut-il après une augmentation de 25% ?*
- *Après 20% de réduction, un livre coûte 40 F. Combien coûtait-il avant la réduction ?*

Des résultats : des cheminements cognitifs différents

- le recours à une certaine généricité
- des outils heuristiques transitoires

Le recours à une certaine généricité

Des écrits intermédiaires

- un exemple sur les entiers :

“ 15x100 = 15000 ” ; la règle est limitée aux entiers et au domaine de calcul usuel (multiplication par 10^n avec $n < 3$)

- Des exemples partiels sur les décimaux, pouvant être accompagnés de quelques éléments de règle :

“ 1,50x100 = 150 quand on multiplie par 100, on repousse la virgule de 2 rangs

$1,5 \times 10^4 = 15000$ ”

- Des énoncés illustrés par un exemple générique :

“ Dans notre tête, mentalement, nous nous sommes dit que l'exposant indiquait de combien de rangs vers la droite, on déplaçait la virgule. Là comme le multiplicateur était 10^4, on l'a déplacée de 4 rangs vers la droite et on a complété par deux zéros car il manque deux nombres à la partie décimale. Exemple $1,5 \times 10^4 = 15000$.

- ”ou encore la formulation d'une règle plus décontextualisée :

“ Pour multiplier un nombre par des puissances de 10 : on met autant de zéros à droite du nombre que l'indique l'exposant. ”

Des outils heuristiques transitoires

Une démarche pré-algébrique

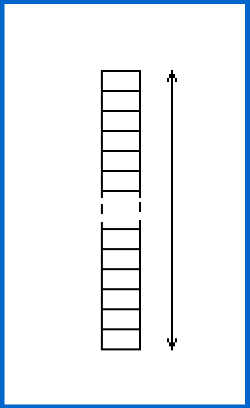
Une gradation du CM2 à la 5e

- une gradation dans les apports du calcul mental à la résolution de problèmes.
- Au CM2 : une plus grande aisance et une plus grande rapidité de traitement des opérations lors de la résolution de problèmes numériques.
- En 6e, l'apport est plus riche :
  - prévoir et contrôler leurs résultats
    - « *Pour moi, c'est important de trouver l'ordre de grandeur des opérations car après on peut comparer à son résultat et il faut trouver un résultat très proche de l'ordre de grandeur* »
    - Le statut des données changent, les élèves s 'autorise à les changer, à les simplifier
- Cet apport est encore plus riche en 5e, l'élève peut :
  - remplacer les données numériques soit par des nombres plus simples (arrondis ou plus petits) soit par des lettres pour trouver plus facilement le raisonnement à effectuer
    - *" Si dans des problèmes on a des chiffres difficiles, on peut les remplacer par des lettres ou par des nombres plus simples "*
    - ou bien :
    - *" Quand il y a des nombres compliqués, on les simplifie ; après les avoir simplifiés, on cherche une méthode et lorsque l'on trouve on l'applique aux nombres compliqués. "*

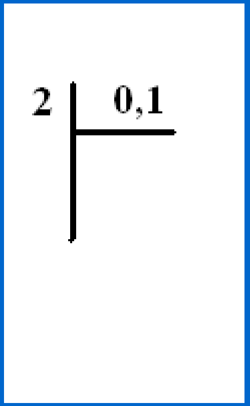
Le problème des briques

- L ’énoncé :

  On empile des briques de 0,1m d ’épaisseur les unes sur les autres. Combien faut-il de briques pour atteindre 2m ?



- Beaucoup ne savent pas comment aborder cette résolution
- Poser la division leur semble incongru



Des stratégies originales

- Un élève remplace 2 par 20 et 0,1 par 5 pour se convaincre qu ’il faut faire une une division
- d ’autres (parfois les mêmes) transforment 0,1 en 1 dm et 2m en 20 dm   et trouve le résultat (sans poser l ’opération)
- D ’autres cherchent mentalement le nombre par lequel il faut multiplier 0,1 pour obtenir 2 (ils multiplient 0,1 par 10 puis par 2)
- etc.

Conclusion

Refuser le mouvement de balancier

Un mouvement de balancier

- Le calcul mental avant 1970 : un enseignement systématique de techniques
- Le calcul mental de 1970 à 2002 :
  - priorité à la construction du sens
  - des procédures individuelles à un des institutionnalisations encore trop peu définies
- après 2007...